



Seminararbeit

Thema: Pfannkuchen-Effekt

Der Phasenübergang bei granularen Materialien in bewegten runden Behältern

Verfasser/in: Miriam Huber

Leitfach: Physik

Seminarkürzel: 2W_ph

Lehrkraft: Herr Dr. Thomas Grillenbeck

Abgabe der schriftlichen Arbeit am: 07.11.2023

Präsentation mit Prüfungsgespräch am: _____ . 20 _____

Bewertung	Note	in Worten	Punkte		Punkte
<i>schriftliche Arbeit</i>				x 3	
<i>Abschlusspräsentation</i>				x 1	
<i>Summe</i>					
Gesamtleistung nach § 29 (7) GSO = <i>Summe : 2 (gerundet)</i>					

Unterschrift der Lehrkraft



Ignaz-Günther-Gymnasium Rosenheim

Oberstufenjahrgang 2022/2024

Seminarfach Physik

Seminararbeit

PFANNKUCHEN-EFFEKT

**DER PHASENÜBERGANG
BEI GRANULAREN MATERIALIEN
IN BEWEGTEN RUNDEN BEHÄLTERN**

Verfasserin:

Miriam Huber

Kursleiter:

Herr Dr. Thomas Grillenbeck

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung.....	4
2	Vorgehensweise	5
	2.1 Versuchsbestandteile	5
	2.1.1 Granulare Medien	5
	2.1.2 Runde Behälter.....	7
	2.1.3 Orbital Shaker	8
	2.2 Versuchsaufbau	8
3	Grundlegende Untersuchung des Phänomens.....	9
	3.1 Videoanalyse und Allgemeines	9
	3.2 Clusterbildung	14
4	Parameter	19
	4.1 Reibung.....	19
	4.2 Materialeigenschaften / Komplexität.....	22
	4.3 Behältereigenschaften.....	24
	4.4 Rotationsgeschwindigkeit.....	25
5	Zusammenfassung.....	26
6	Danksagung	27
7	Quellen- und Literaturverzeichnis	28
8	Bildquellen.....	29

1 Einleitung

Schwenken Sommeliers ihr Weinglas, so rotiert der Wein am Glasrand in der gleichen Drehrichtung wie das Glas.¹ Wird jedoch ein Pfannkuchen in einer Pfanne geschwenkt, so bewegt sich dieser entgegen der Richtung der Pfanne. Granulare Medien in einem bewegten runden Behälter können sich sowohl wie Flüssigkeiten, als auch wie starre Körper verhalten. Das bedeutet konkret, dass sich die Bewegungsrichtung ab einem bestimmten Punkt ändert und ein Phasenübergang auftritt.

Aufgabe des 15. Problems des „German Young Physicists' Tournament“ (GYPT) 2023 war es, dieses Phänomen, hier unter dem Namen „Pancake Rotation“ bekannt, zu erforschen. Dazu sollen insbesondere die verschiedenen Parameter, von welchen das Ereignis abhängt, mithilfe eigener Versuche aufgezeigt werden.

Die Aufgabenstellung lautet wie folgt:

“Place a few balls in a round container. If you move the container around a vertical axis, the balls can move codirectionally with the movement of the container, or they can move in the opposite direction. Explain this phenomenon and investigate how the direction of movement depends on relevant parameters.”²

Im März 2023 erhielt ich die Möglichkeit, diese Themenstellung beim GYPT Bundeswettbewerb in Bad Honnef, wie auch beim Jugend forscht Regionalwettbewerb in Rosenheim zu präsentieren und mich mit Wissenschaftlern auszutauschen.

Ziel meiner Seminararbeit ist es, ein ausführliches Verständnis des Phänomens und der Physik der granularen Materie zu erlangen. Dies möchte ich schaffen, indem ich relevante Parameter anhand von vielfältigen Versuchen herausfinde und durch geeignete wissenschaftliche Publikationen stütze und ergänze.

¹ <https://www.youtube.com/watch?v=8RFpKHelm4Q>

² <https://www.gypt.org/aufgaben-archiv/15-pancake-rotation.html>

2 Vorgehensweise

2.1 Versuchsbestandteile

2.1.1 Granulare Medien

Um den Effekt herbeizuführen, bedarf es eines simplen Versuchsaufbaus, der lediglich aus zwei Bestandteilen besteht: Kugeln und ein runder Behälter.

Bei der Auswahl passender Kugeln ist die Physik der granularen Materie von großer Bedeutung. „Mit granularer Materie ist all das gemeint, was in irgendeiner Weise körnig ist: Sand, Reis, Nüsse oder Kieselsteine.“³ Trotz der alltäglichen Präsenz, lässt die Physik der granularen Materie viele Fragen offen. Hinter den unspektakulär aussehenden Materialien stecken viele Tücken. So leicht wie Sand durch eine Sanduhr rieselt, kann man doch auch feste Burgen aus ihm bauen.⁴ Dieser scheinbare Wechsel der Aggregatzustände von flüssig zu fest und umgekehrt ist die Kernidee des Phasenübergangs beim Pfannkuchen-Effekt.

Die Aufgabenstellung sieht Kugeln vor, weshalb ich mich ausschließlich auf kugelförmige Granulate beschränke. Damit möglichst viele Parameter erforscht werden können, ist es essenziell, dass die granularen Medien unterschiedliche Eigenschaften besitzen. Dementsprechend werden die Größe, das Gewicht und die Dichte der Partikel, sowie ihre Oberflächenbeschaffenheit und Wechselwirkungen untereinander berücksichtigt.

Hier eine Übersicht der in meinen Versuchen verwendeten Granulate:

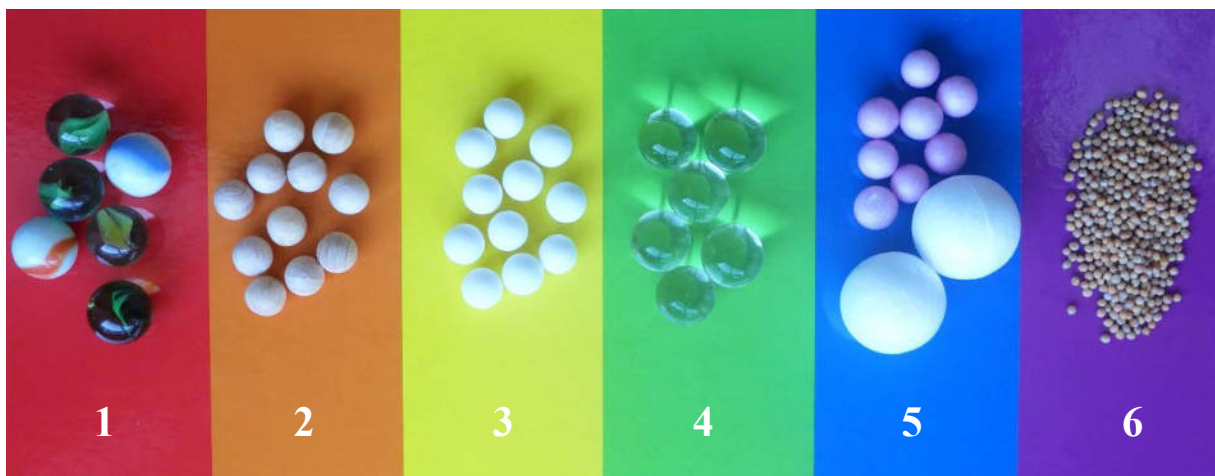


Abbildung 1: Auswahl der granularen Medien

³ Oliver Morsch: Sandburgen, Staus und Seifenblasen, S.7 Z.5f

⁴ M. A. Scherer, V. Buchholtz, T. Pöschel, and I. Rehberg, Phys. Rev. E 54, 4560(R) (1996)

(1) Glasmurmeln, die bunt gefärbt sind. Diese sind insofern von Nutzen, da Wegverläufe aufgrund der verschiedenen Färbung einfach zu überblicken sind. Einzelne Murmeln können so hervorgehoben und abseits von den anderen betrachtet werden. Außerdem wird dadurch die Videoanalyse im Programm „Tracker“ erleichtert. Die Dichte von Glas ist vergleichsweise hoch, was bedeutet, dass Glasmurmeln eine gewisse Masse haben und daher gut rollen können.

(2) Holzkugeln, welche eine geringere Dichte als die Glasmurmeln aufweisen, das heißt leichter sind. Ihr Volumen ist zudem etwas kleiner, womöglich wird also eine höhere Anzahl benötigt, um den Phasenübergang hervorzurufen.

(3) Die Keramikugeln haben das gleiche Volumen wie die Holzkugeln. Dadurch ist ein direkter Vergleich möglich, wie sich die benötigte Anzahl an Kugeln in Bezug auf das Material des Granulats ändert. Durch die unregelmäßige Oberflächenstruktur der rauen Keramik entstehen mehr Kontaktstellen und -flächen mit anderen Materialien, was zu einer erhöhten Reibung führt.

(4) Als Gegenstück dazu dienen Polyacrylamid-Hydrogel Bälle, auch bekannt als Aqualinos oder Wasserperlen. Hydrogele bestehen aus wasserunlöslichen Polymeren und können Wasser binden. Sie werden deshalb auch Superabsorber genannt und haben eine glatte, rutschige Oberfläche, weshalb die Gelkugeln nahezu keine Reibung besitzen.⁵

(5) Styroporkugeln sind wegen ihrer niedrigen Dichte beachtenswert, sie sind äußerst leicht. Des Weiteren ist ihre elektrostatische Ladung interessant und wie die Anzieh- und Abstoßkräfte das kollektive Verhalten beeinflussen.

(6) Hirse ist besonders klein und so kann untersucht werden, ob der Effekt auch bei granularen Medien funktioniert, die nicht nur in einer Schicht liegen, sondern in mehreren ungeordneten. Mit den Ergebnissen könnten Schlüsse gezogen werden, wie das Phänomen in Anwendungssituationen wirken könnte.

	Murmeln	Holzkugeln	Keramik- kugeln	Aqualinos	Styroporku- geln groß	Styroporku- geln klein
Durchmesser d	1,6 cm	1 cm	1 cm	1,5 cm	2,5 cm	1 cm
Volumen V	2,1 cm ³	0,5 cm ³	0,5 cm ³	1,8 cm ³	8,2 cm ³	0,5 cm ³
Masse m	5,5 g	0,4 g	2 g	1,8 g	0,2 g	0,01 g
Dichte ρ	2,6 g/cm ³	0,8 g/cm ³	4 g/cm ³	1 g/cm ³	0,02 g/cm ³	0,02g/cm ³

Abbildung 2: Übersicht Materialeigenschaften

⁵ <https://www.wasserperlen.org/>

Die Daten in der Tabelle sind gerundet. Durchmesser und Gewicht maß ich selber und ermittelte daraus das Volumen und die Dichte anhand von den bekannten Formeln:

$$\text{Volumen } V = \frac{4}{3}\pi r^3 \quad \text{Dichte } \rho = \frac{m}{V}$$

2.1.2 Runde Behälter

Parameter, die das Behältnis der Granulate betreffen, sind der Durchmesser, der Boden, die Wände und das Material des Gefäßes. Eine runde Form ist vorgegeben.

Meine Auswahl besteht aus folgenden Containern:

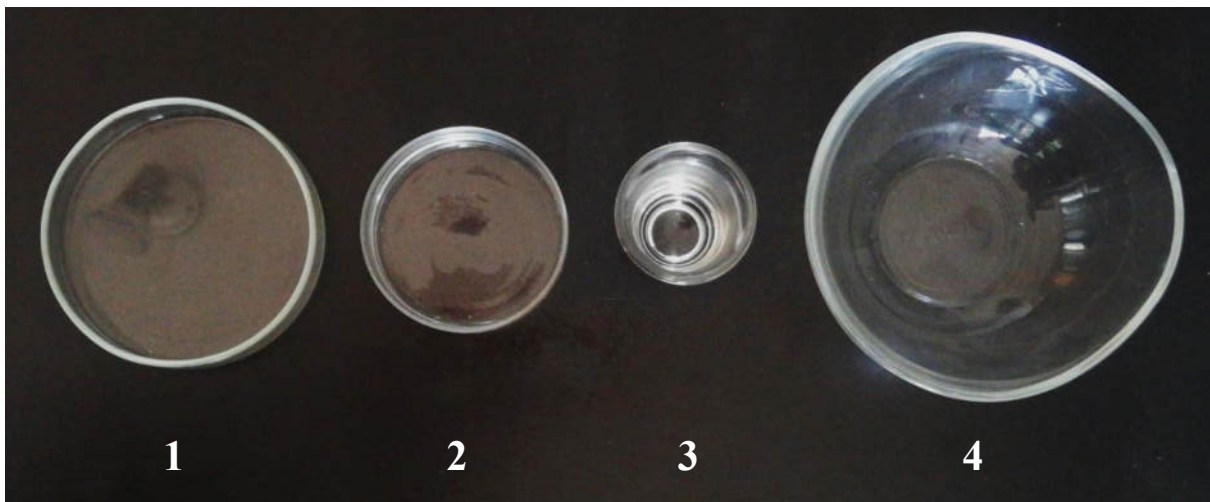


Abbildung 3: Auswahl der runden Behälter

(1) Große Petrischale aus Glas, welche als Standardbehälter für alle Versuche vorgesehen ist.

(2) Kleine Petrischale aus Glas, die sich nur in ihrem Durchmesser von der großen Glaspetrischale unterscheidet. So können Schlüsse auf die Größe des Durchmessers des Containers im Zusammenhang mit dem Phasenübergang gezogen werden.

(3) Schnapsglas, womit getestet wird, ob ein Mindestdurchmesser für den Phasenübergang erforderlich ist.

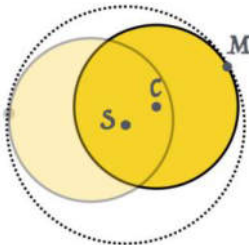
(4) Glasschale, mit welcher untersucht werden kann, ob der Effekt auch bei einem gewölbten Boden hervorgerufen wird.

	Petrischale groß	Petrischale klein	Schnapsglas	Glasschale
Durchmesser d (des Bodens)	9 cm	7 cm	2,2 cm	5 cm

Abbildung 4: gemessene Durchmesser der Behälter

2.1.3 Orbital Shaker

Für ein festes Rotationszentrum und verlässliche Messdaten, eignet sich ein sogenannter Orbital Shaker. Das apparative Instrument findet unter anderem Verwendung in der Pharmaindustrie zum kontrollierten Vermischen von Substanzen. Es erzeugt die erforderliche Bewegung um eine



vertikale Achse, die im Kontext des Experiments notwendig ist. Zusätzlich lassen sich mehrere Geschwindigkeitsstufen einstellen.

Die Abbildung zeigt die Rotationsachse S, um welche sich der Behälter mit dem Mittelpunkt C bewegt. M ist der von S am weitesten entfernte Punkt auf der Behälterwand und ist kein fixer Punkt.

Abbildung 5: Skizze Rotation um vertikale Achse



Die Teile des Orbital Shakers wurden von Klaus Puppe mit einem 3D-Drucker gedruckt. Die Vorlage dafür fand Herr Grillenbeck auf einer Internetseite.⁶ Um den Zusammenbau, sowie die Installation der Technik des Orbital Shakers kümmerte sich Herr Puppe und stellte mir diesen anschließend für meine Versuche zur Verfügung.

Abbildung 6: Orbital Shaker von Klaus Puppe

2.2 Versuchsaufbau

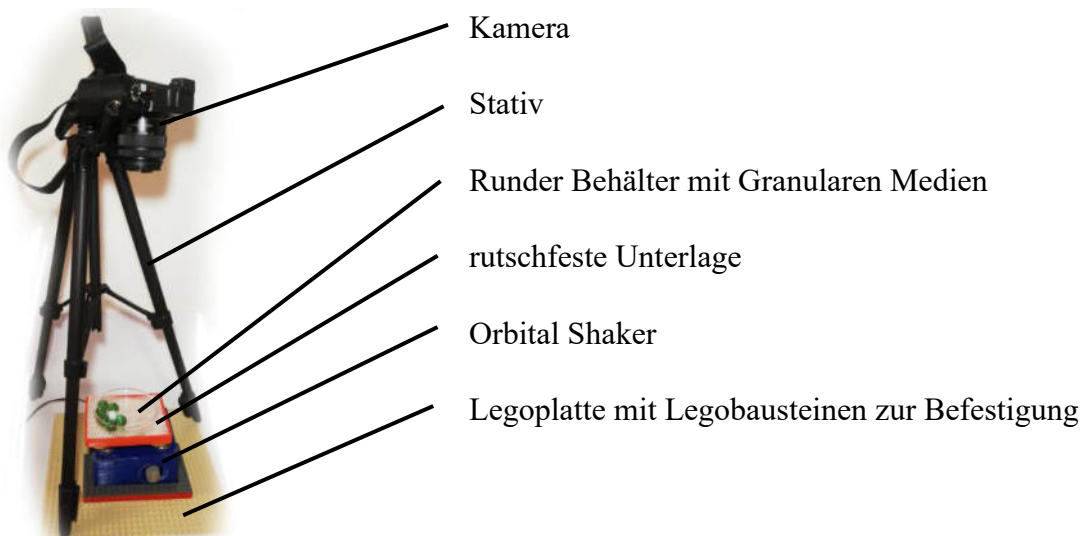


Abbildung 7: Versuchsaufbau

⁶ <https://www.thingiverse.com/thing:2633507>

3 Grundlegende Untersuchung des Phänomens

3.1 Videoanalyse und Allgemeines

Im ersten Versuch werden Glasmurmeln und die große Glaspetrischale verwendet, bei einer Umlaufdauer T von ca. 0,5 Sekunden.

Der Phasenübergang wird durch die Zunahme der Anzahl N an Murmeln hervorgerufen und durchläuft während der Erhöhung dieser verschiedene Phasen. Es wird zwischen der „Rotating-Phase“ (Murmeln bewegen sich in dieselbe Richtung wie der Behälter), der „Stalling-Phase“ (Murmeln bleiben auf ihrer Position) und der „Counterrotating-Phase“ (Murmeln bewegen sich entgegen der Richtung des Behälters) unterschieden.

Das erste Ziel war es, die Anzahl N der Glaskugeln an dem Punkt zu bestimmen, an welchem eine neue dieser Phasen beginnt. Ich fügte also bei gleichbleibender Geschwindigkeit so lange Murmeln hinzu, bis die Stalling- und Counterrotating-Phase wahrnehmbar waren. Zur Rotating-Phase zeichnete ich zwei Videos je über 10 Sekunden auf, da sich diese über einen großen Anzahlbereich streckt und doch im Verlauf Unterschiede erkennbar sind. Die Stalling- und Counterrotating-Phase filmte ich auch je 10 Sekunden lang. Die vier Videos wurden anschließend auf dem Programm „Tracker“ analysiert, indem ich den Wegverlauf einer Murmel, die am Rand der Petrischale platziert war, trackte.

Folgendermaßen ergaben sich diese Wegverläufe:

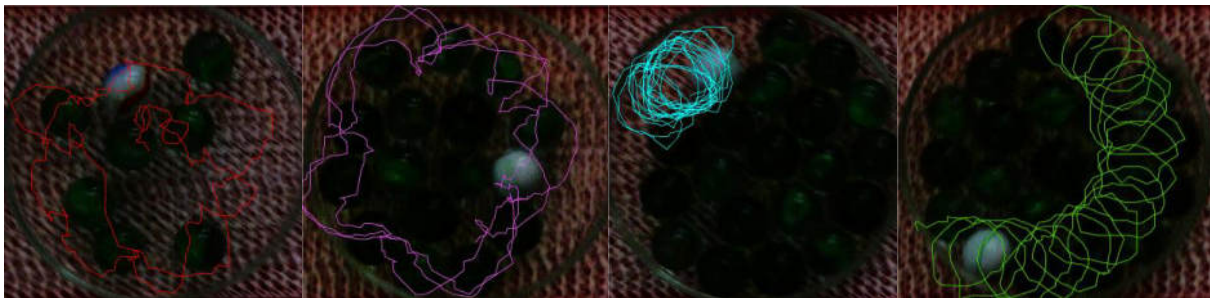


Abbildung 8: Wegverläufe der Murmel bei 8, 16, 20 und 21 Murmeln

Klare Unterschiede sind zu erkennen: Die rote Linie verläuft willkürlich und frei durch den ganzen Raum des Behälters, die lila gefärbte Linie weist eine ordentlichere Struktur auf und die Bewegung entlang der Wand ist wahrnehmbar. Die blaue Linie bildet etwa einen kleinen Kreis an einer Stelle nahe der Wand, die grüne Linie weist die gleichen Kreise auf, nur dass diese an

der Wand entlang wandern und nicht an einer Position bleiben. Diese hypozykloide Bewegung⁷ ist typisch für die Counterrotating-Phase.

Im Folgenden werden diese Verläufe anhand von Diagrammen behandelt. Dargestellt sind die x- und y-Koordinaten der Murmel über die Zeit t. Das Zentrum des Koordinatensystems liegt im Punkt S. Der genaue Punkt des Ursprungs kann bei den verschiedenen Diagrammen leicht variieren, weshalb die Werte der y-Achsen eher vernachlässigt werden können.

Die erste Videoanalyse zeigt den Wegverlauf einer Murmel bei N=8.

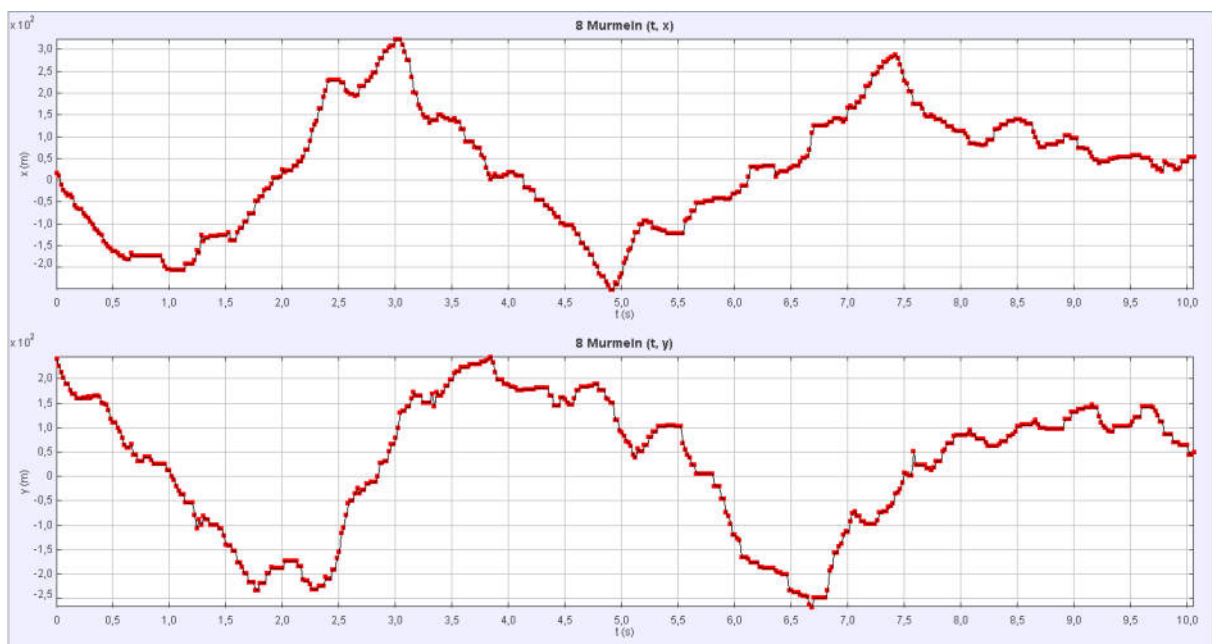


Abbildung 9: Videoanalyse bei 8 Murmeln (rotation)

Die Murmeln rollen sehr frei und unregelmäßig auf der Oberfläche der Petrischale. Dabei treten sie in Wechselbeziehung miteinander. Während einer Kollision können sich die Geschwindigkeiten und Richtungen der beteiligten Murmeln ändern. Dies ist an den vielen Ausbuchtungen im Graph zu erkennen. Die Interaktion zwischen den Glaskugeln kann komplex sein und hängt von verschiedenen Faktoren ab, wie zum Beispiel ihrer Geschwindigkeit und dem Winkel, unter dem sie aufeinanderprallen. Kleine Unterschiede in den Anfangsbedingungen können zu großen Unterschieden in der weiteren Bewegung führen. Aus diesem Grund würden die Ergebnisse der Auswertung bei den anderen sieben vorhandenen Kugeln anders aussehen.

⁷ M. A. Scherer, K. Kötter, M. Markus, E. Goles, and I. Rehberg, Phys. Rev. E 61, 4069 (2000)

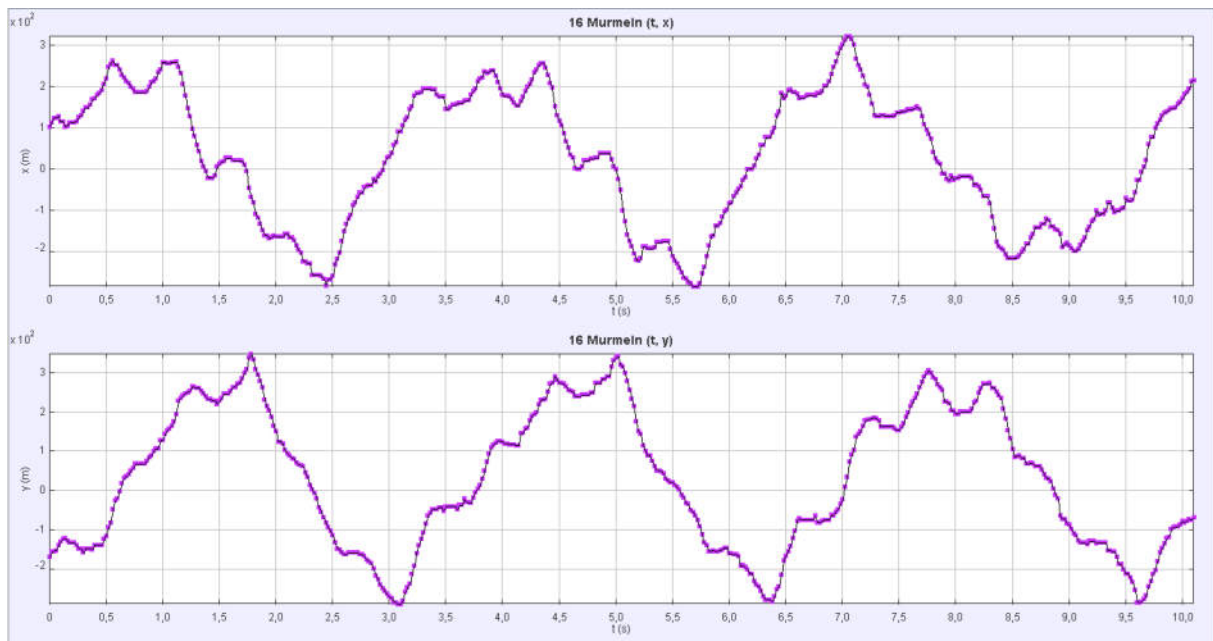


Abbildung 10: Videoanalyse bei 16 Murmeln (rotation)

Einen regelmäßigeren Graph hingegen zeigt der Wegverlauf einer Murmel bei $N=16$, wobei die Bewegungsrichtung dieser immer noch mit der des Behälters übereinstimmt. Eine Kreisbewegung ist zu erkennen, denn der Graph ähnelt einer Sinus-Kurve. Eine klare Sinus-Kurve zu erhalten ist aufgrund des kollektiven Verhaltens der Murmeln praktisch unmöglich. Die relativ gleichmäßige Struktur ist dadurch zu erklären, dass die Murmeln zeitweise ein sogenanntes „Cluster“ formen. Das bedeutet, viele von ihnen liegen so eng aneinander, dass die Bewegungsfreiheit, und damit die Auswirkung einer Kollision, eingeschränkt wird. Die Periodendauer beträgt ca. 3,3 Sekunden.

Ich fügte das Diagramm in GeoGebra Classic ein und passte die Parameter bei der Sinusfunktion $f(x) = a \sin(b(x - c)) + d$ so an, dass sie annähernd den Tracker-Daten entsprachen. Wegen der unterschiedlichen Einheiten auf Tracker und GeoGebra dient diese Methode mehr der Veranschaulichung und weniger den mathematischen Daten.

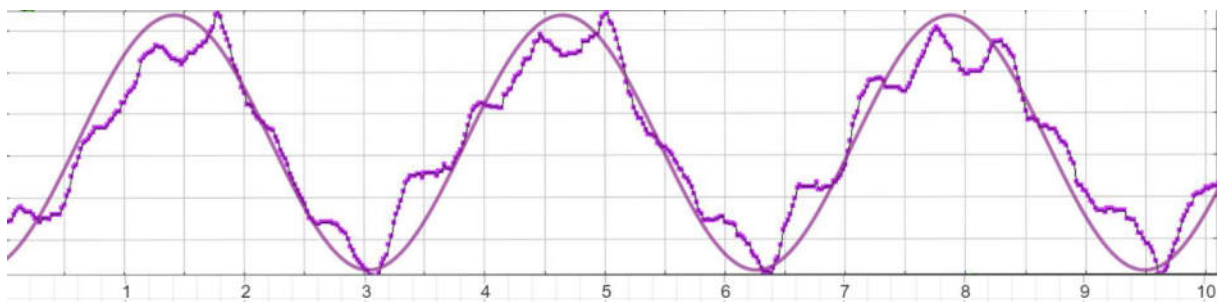


Abbildung 11: Annäherung des Wegverlaufs bei 16 Murmeln an eine Sinusfunktion

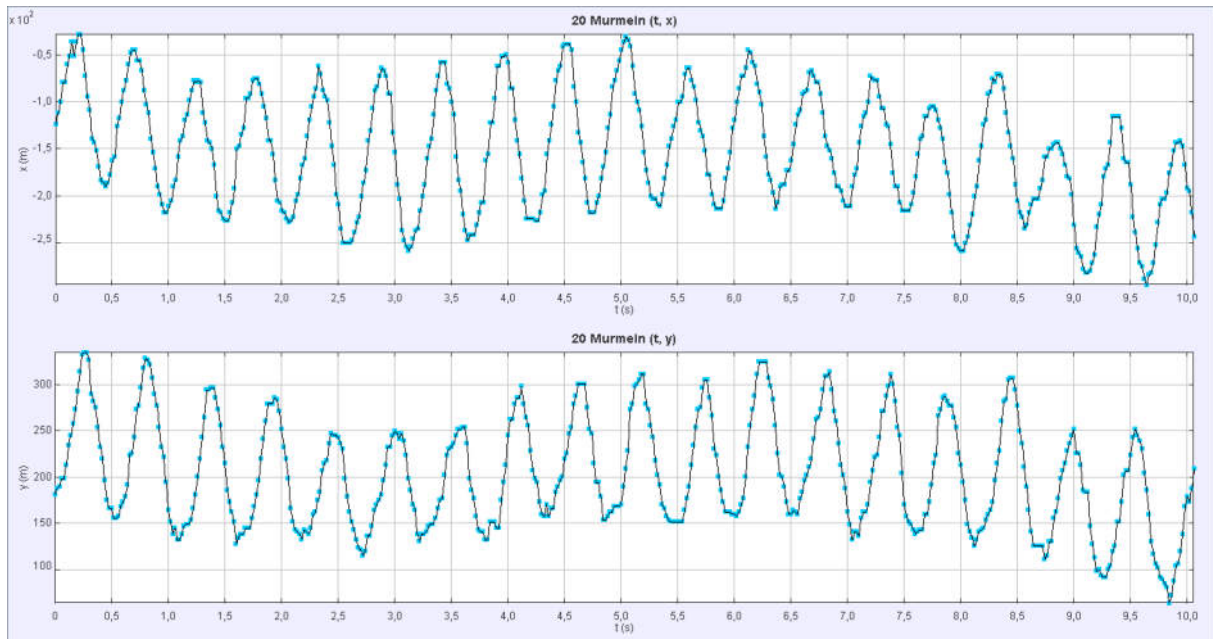


Abbildung 12: Videoanalyse bei 20 Murmeln (stall)

Bei 20 Murmeln tritt nun die Stalling-Phase ein. Die beobachtete Glaskugel scheint am selben Platz zu verharren und rotiert weder im Bewegungssinn der Petrischale, noch entgegengesetzt. Die Periodendauer hat sich, im Vergleich zu der bei 16 Murmeln, erheblich verkürzt und dauert ca. 0,5 bis 0,6 Sekunden. Sie ist also sehr ähnlich zu T. Erklärung hierfür ist, dass die Murmeln ein ganzes Cluster bilden, das in sich teilweise noch Freiräume hat, aber nicht genügend, um zu rotieren. Die Kugeln sind in ihrer Bewegung eingeschränkt und können sich nicht mehr um ihre eigene Achse drehen. Im Diagramm ist hauptsächlich die Rotationsbewegung des Behälters sichtbar, verbunden mit Unregelmäßigkeiten des Verhaltens der Murmeln im Cluster.

Laut der Theorie müsste der angepasste Graph, der entsteht wenn die Rotation des Orbital Shakers ausgelöscht wird, eine Konstante sein, denn es kommt zu keiner Umdrehung der Teilchen.

Die Stalling-Phase ist nur von kurzer Dauer und wortwörtlich ein Wendepunkt, an welchem der Phasenübergang einsetzt. Denn gibt man eine Kugel mehr hinzu ($N=21$), so beginnt sich das Cluster entgegen der Richtung der Petrischale zu drehen.

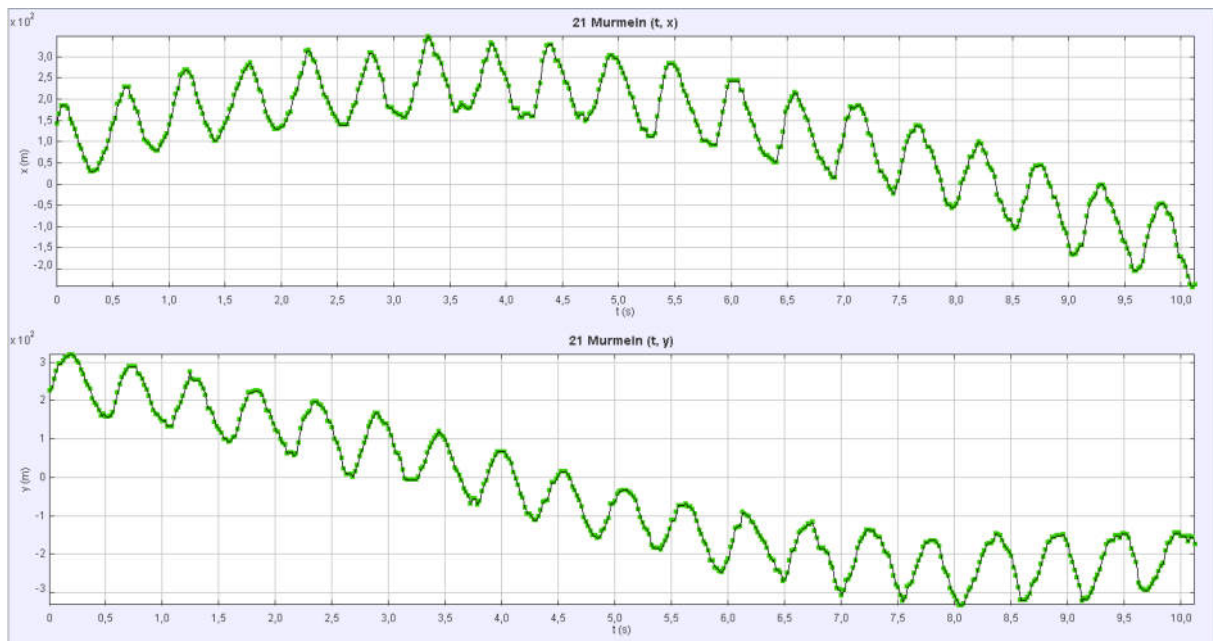


Abbildung 13: Videoanalyse bei 21 Murmeln (counterrotation)

In der Counterrotating-Phase ist die Periodendauer minimal kürzer als in der Stalling-Phase und entspricht somit fast T . Der Graph zeigt eine Sinus-Kurve, deren Periode so lange ist, dass sie im Diagramm nur zur Hälfte dargestellt ist. Dies besagt, dass eine Kreisbewegung der Murmel stattfindet, die jedoch für einen Umlauf länger braucht. Außerdem besteht der Graph selbst aus einer Sinus-Kurve, welche die Kreisbewegung des Behälters zeigt. Wenn die Kugel nämlich zeitweise fest in dem Cluster sitzt, erfährt sie nur die Bewegung der Petrischale, ohne sich selbst zu bewegen. Aufgrund der großen Füllung des Behälters mit Kugeln haben die Murmeln kaum die Möglichkeit sich zu bewegen und erinnern mehr an starre als an rollende Körper.

Hier ist eine Kurvenanpassung sehr sinnvoll, denn so kann man die kleinen Ausschläge des Orbital Shakers vernachlässigen und erhält die eigentliche Sinusbewegung der Teilchen bei Gegenrotation. Ich wandte dasselbe Prinzip wie bei den 16 Murmeln an und achtete darauf, dass die angepasste Funktion so verläuft, dass sie die Mitte von den Schwankungen bildet.

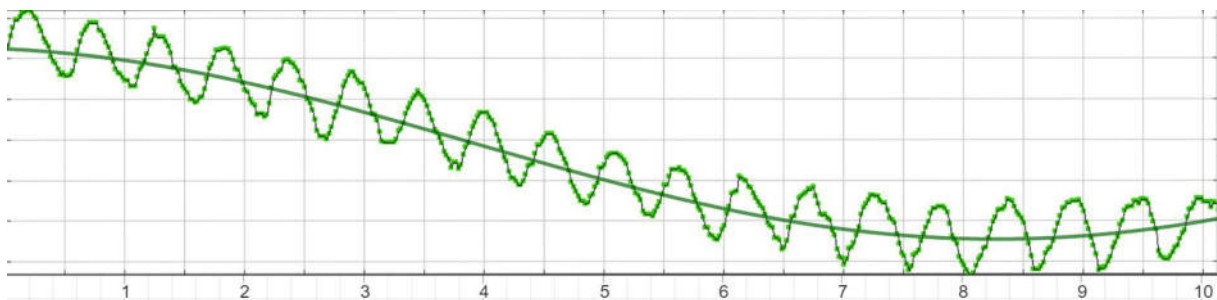


Abbildung 14: gefittete Sinuskurve bei 21 Murmeln

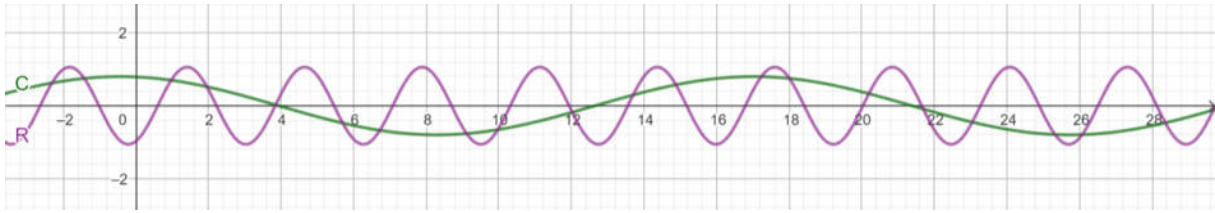


Abbildung 15: angenäherte Sinuskurven R (Rotating-Phase bei 16 Kugeln) und C (Counterrotating-Phase bei 21 Kugeln)

Betrachtet man beide Funktionen in einem Koordinatensystem, so wird deutlich wie viel länger eine Periode im Falle der Gegenrotation dauert und wie viel langsamer die Geschwindigkeit der Teilchen dann ist, wegen der eingeschränkten Rollmöglichkeiten.

3.2 Clusterbildung

Die Bildung eines Clusters beschreibt den Übergang von dem gedanklich flüssigen Zustand in den festen Zustand der granularen Medien.

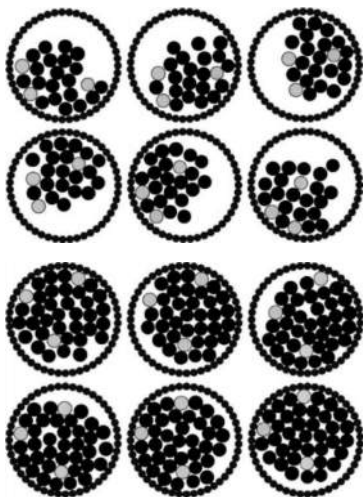


Abbildung 16: Konstellationen während eines Umlaufs bei Rotation (oben) und Gegenrotation (unten)

Dargestellt sind einzelne Konstellationen der Teilchen innerhalb des rotierenden Systems während eines Umlaufs. Bei den oberen sechs Bildern handelt es sich um eine Rotation in dieselbe Richtung wie die des Behälters. Die sechs unteren Bilder zeigen die Lage nach dem Phasenübergang, also eine Bewegung in die entgegengesetzte Richtung. Es ist zu erkennen, dass die Partikel unabhängig von ihrer Bewegungsrichtung ein Cluster formen. Sie sammeln sich an einem Punkt im Behälter, der stets Wandkontakt besitzt und so scheint das Cluster in gewisser Weise entlang der Wand zu rollen. Um eine Gegenrotation zu erhalten, muss das Cluster also groß sein.⁸

Folgende Grafiken zeigen den Vergleich der Daten einer Simulation des Phänomens von Jonas Hamp mit den Tracker-Daten meines Experiments. Dazu trackte ich die Wegverläufe von allen 16 Kugeln über 10 Sekunden und sendete diese an Jonas Hamp, welcher daraus das Diagramm erstellte.

⁸ M. A. Scherer, V. Buchholtz, T. Pöschel, and I. Rehberg, Phys. Rev. E 54, 4560 (1996)

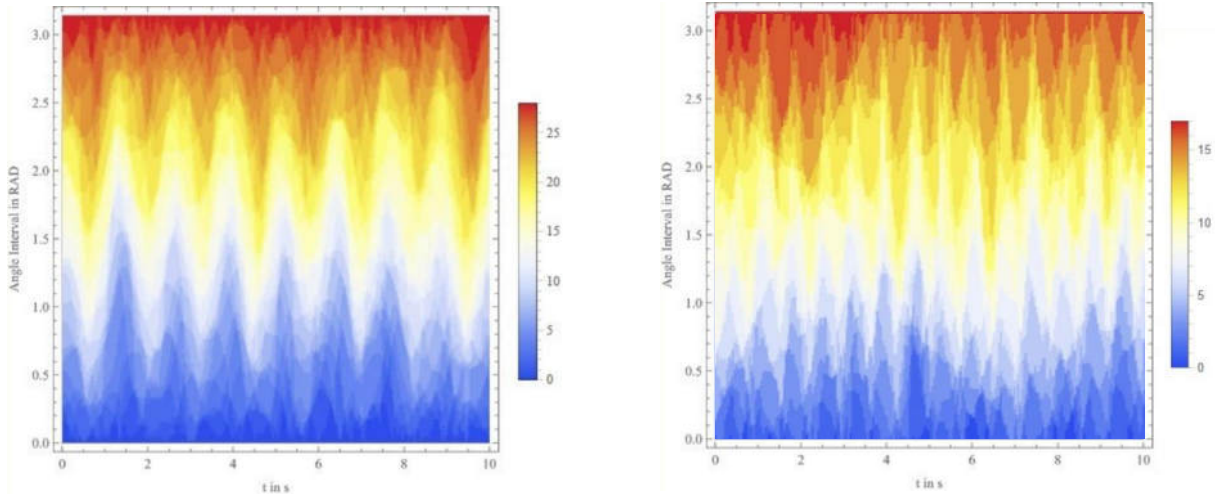
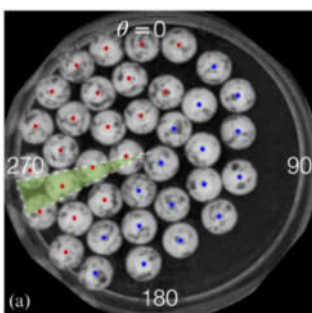


Abbildung 17: Ergebnisse aus der Simulation von Jonas Hamp (links) und einem Versuch von Miriam Huber (rechts)

Der Vergleich mit der Simulation demonstriert, dass mein Experiment und Versuchsaufbau durchaus der Theorie nahe kommt und verlässliche Werte liefert. Die y-Achse ist der beobachtete Winkelbereich, das heißt nach oben hin wird der Beobachtungsraum immer größer. Die x-Achse ist die Zeit t in Sekunden. Die Diagramme sind wie eine Art „Heatmap“ gestaltet, wodurch man auf einen Blick sehen kann, wie die Anzahl an Kugeln variiert. Somit lässt sich die Verteilung der Teilchen in der Schale visualisieren.

Direkt ins Auge fällt, dass die Veränderungen sehr gleichmäßig wirken. In jedem Winkelbereich ist eine Abwechslung zwischen einer höheren und niedrigeren Anzahl zu erkennen. Der Verlauf wirkt wie ein Zickzack-Muster. Dies ist der Beweis, dass die Anzahl an Murmeln in einem Winkelbereich nicht konstant bleibt und sich die Murmeln nicht gleichmäßig auf der Petrischale verteilen, sondern „einen Haufen bilden“. Mit dieser Ansammlung ist das Cluster gemeint.



Die Abbildung zeigt ein solches Cluster. Dabei stehen die rot markierten Partikel für die sogenannte „pinned-region“, das bedeutet sie sind fest in dem Cluster eingeschlossen und können sich nicht selbst bewegen (festkörperähnlich). Die blau markierten Partikel hingegen zeigen, dass diese Partikel noch Bewegungsfreiheit besitzen und werden als „loose-region“ bezeichnet (flüssigkeitsähnlich).⁹

Abbildung 18: markierte pinned- (rot) und loose-Phasen (blau)

⁹ Lisa M. Lee, John Paul Ryan, Yoav Lahini, Miranda Holmes-Cerfon, and Shmuel M. Rubinstein, Phys. Rev. E 100, 012903 (2019)

Im Zusammenhang mit der Heatmap kann man sagen, dass ein Wechsel zwischen pinned- und loose-Phasen der einzelnen Partikel stattfindet. Beim Übergang von dem losen in den gebundenen Bereich durchläuft ein Teilchen mehrere Kollisionen, bis es in das Cluster eingeschlossen wird. Mit steigendem N erhöht sich auch die Anzahl der Kollisionen, die ein Teilchen erfährt. Dies führt dazu, dass es früher in die feste Zone übergeht und somit die Größe der pinned-region größer wird. Zu einem Zeitpunkt verlässt das Teilchen den losen Bereich und löst sich von der starren Struktur. Im losen Bereich erfährt es eine Beschleunigung wegen der Zentrifugalkraft und Corioliskraft, auf die ich aber nicht genauer eingehe. Einige Zusammenstöße am Ende des losen Bereichs drücken das Teilchen schließlich wieder fest in das Cluster und so wiederholt sich der Zyklus.

Eine wissenschaftliche Arbeit¹⁰ präsentiert eine weitere Methode, die es ermöglicht, das Clusterverhalten genauer zu analysieren. In diesem Paper veranschaulicht die Perspektive des sogenannten „M-frame“ das Verhalten des Clusters in einem gleichbleibendem Zustand mit gleichbleibenden äußeren Kräften. Eine Kamera wird so befestigt, dass sie den Mittelpunkt C des Behälters zentriert und sich um die Achse S mit gleicher Winkelgeschwindigkeit wie der Behälter bewegt. S ,

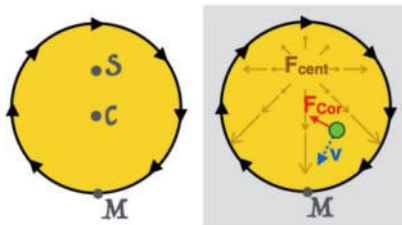


Abbildung 19: M-Frame (links), Kräfte, die auf ein Teilchen wirken (rechts)

nannten „M-frame“ das Verhalten des Clusters in einem gleichbleibendem Zustand mit gleichbleibenden äußeren Kräften. Eine Kamera wird so befestigt, dass sie den Mittelpunkt C des Behälters zentriert und sich um die Achse S mit gleicher Winkelgeschwindigkeit wie der Behälter bewegt. S , sowie M , der Punkt der am weitesten entfernt von S auf der

Wand liegt, werden dadurch zu einem fixen Punkt. Die Ansicht ist dabei so, dass M unten positioniert ist. Weil sich die Kamera mit dem Container bewegt, sieht es so aus, als wär der Container an einer festen Position und dass sich nur die Teilchen bewegen, nämlich im Uhrzeigersinn, wie die schwarzen Pfeile am Rand andeuten.

Wegen den beschränkten technischen Möglichkeiten war es mir nicht möglich, diesen Versuchsaufbau selbst zu konzipieren. Jedoch gehe ich auf bestimmte Kernaussagen von Paper ein, um die Theorie auf meine Versuche anwenden und mit meinen Beobachtungen vergleichen zu können.

¹⁰ Lisa M. Lee, John Paul Ryan, Yoav Lahini, Miranda Holmes-Cerfon, and Shmuel M. Rubinstein, Phys. Rev. E 100, 012903 (2019)

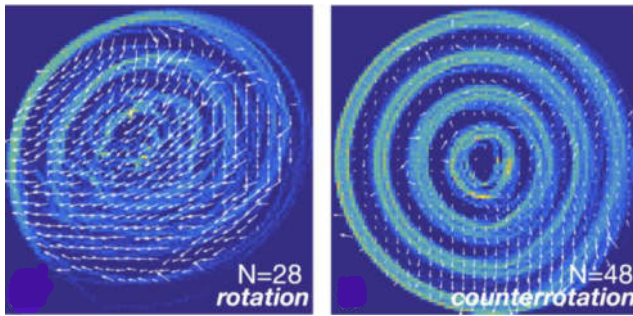


Abbildung 20: Dichtehistogramm im M-Frame

Ein Dichtehistogramm zeigt im Falle von counterrotation (Abbildung rechts), dass die Partikel in starren, ringförmigen Schichten angeordnet sind. Hingegen durchqueren die Teilchen bei rotation (Abbildung links) in weitaus weniger eingeschränkten Bahnen den Behälter. Die feste Struktur ist nur oben links zu erkennen. Es ist festzuhalten, dass diese Region mit zunehmendem N wächst, während der lose Bereich schrumpft, bis sich letztendlich die rechts dargestellte Ordnung ergibt. Zuerst fixieren sich die äußeren Teilchen, danach auch die inneren, bis das Muster einer Zielscheibe entsteht. Die kleinen Pfeile geben die Geschwindigkeit der Partikel an und so ist links die Beschleunigung in der losen Phase deutlich zu erkennen.

Die Beschleunigung, oder auch kinetische Energie erfahren die Teilchen durch Kollisionen mit der Wand. Ich betrachtete das Verhalten eines einzelnen Teilchens im bewegten Behälter. Kollidiert es mit der Wand, so erfährt es eine Beschleunigung. Fügt man mehrere Teilchen hinzu, dann wird diese Beschleunigung verringert, sobald das Teilchen mit anderen Teilchen kollidiert. Das kollektive Verhalten ist äußerst komplex, so steigt die Geschwindigkeit des Clusters in der Counterrotating-Phase beim Hinzufügen von Kugeln zunächst an, sinkt aber plötzlich bei einer Anzahl nahe der maximal möglichen Füllmenge.

Ein Paper stellte den Zusammenhang von kinetischer Energie und der Anzahl an Teilchen in einem Diagramm dar. Dieses stimmt mit meinen Beobachtungen überein. Die Erklärungen sind, dass die mittlere kinetische Energie wegen eines erhöhten Energieeintrags von der Wand ansteigt mit N. Ab sehr hohen N wird die zunehmende Dissipation aufgrund von Teilchen-Teilchen Kollisionen sichtbar, denn die kinetische Energie nimmt ab.¹¹

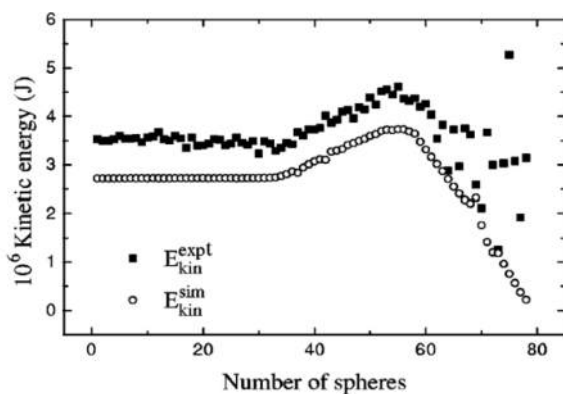


Abbildung 21: Kinetische Energie in Abhängigkeit von N

¹¹ M. A. Scherer, K. Kötter, M. Markus, E. Goles, and I. Rehberg, Phys. Rev. E 61

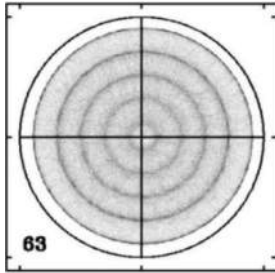


Abbildung 23: Daten einer Simulation



Abbildung 22: Clusterformung der Keramik- kugeln

Das Cluster organisiert sich in konzentrischen Ringen. Die Regionen, in denen sich Ringe gebildet haben, können als festkörperähnliche Körper betrachtet werden. Die Anordnung ist sehr gut an meinem Versuch mit den Keramik- kugeln erkennbar und stimmt mit der Wahr- scheinlichkeitsverteilung einer Simulation überein.



Abbildung 24: Clusterformung der großen Styropor- kugeln

Interessant ist die Clusterbildung bei den großen Styroporkugeln. Ich konnte eine schnellere Bewegung der am Zentrum des Behälters platzierten Kugel, als der Kugeln an der Wand des Behälters, beobachten. Die innere Kugel bewegte sich sehr viel schneller als die äußeren, was vermutlich daran liegt, dass die innere Kugel nicht fest in der Struktur des Clusters wegen den Hohlräumen eingebunden ist. Außerdem bewegte sie sich nicht mit dem Cluster in die entgegengesetzte Richtung, sondern rotierte in dieselbe Richtung wie der Container.

4 Parameter

4.1 Reibung

Der einfachste Weg um herauszufinden, wie sehr der Phasenübergang von der Reibung abhängig ist, ist den Extremfall zu testen. In diesem Fall wird untersucht, ob man mit den Aqualinos auch die Counterrotating-Phase erreichen kann. Die Wasserperlen sind nahezu reibungslos, denn sie bestehen zu einem Großteil aus Wasser.

Der Versuch wurde mit der Glaspetrischale und bei einer Umlaufdauer von ca. 0,5 Sekunden durchgeführt. Selbst bei maximaler Füllmenge ($N=27$) war nicht zu erkennen, dass sich die Gelkugeln entgegen der Drehrichtung des Behälters bewegen würden. Die Counterrotating-Phase wird also nicht erreicht.

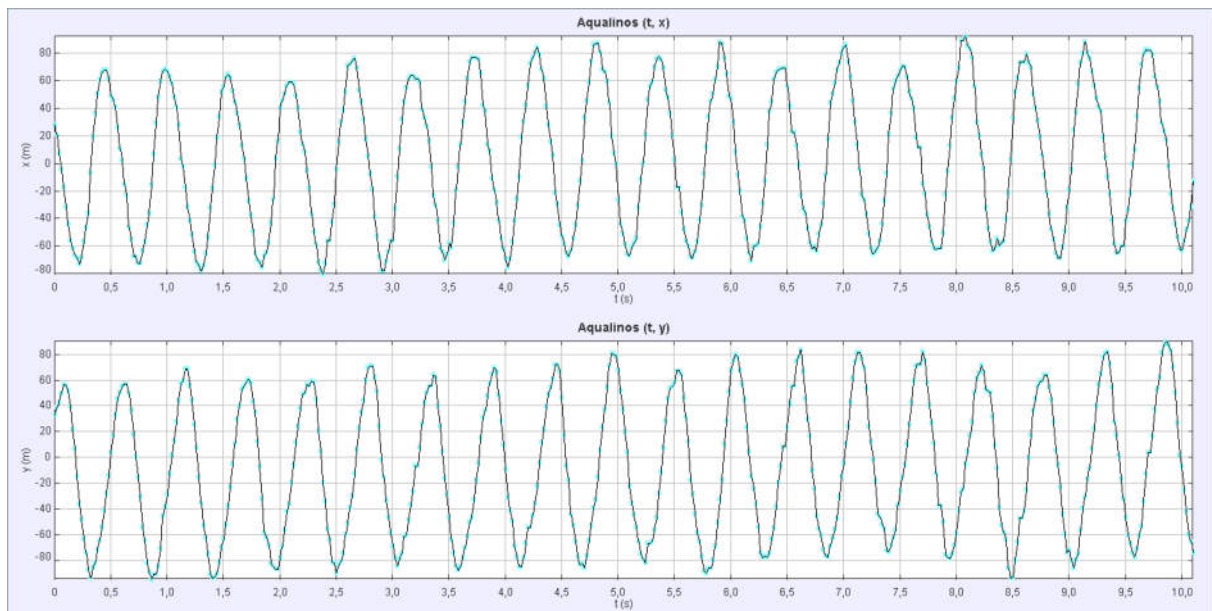
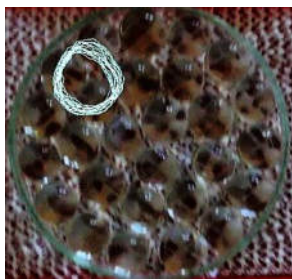


Abbildung 25: Videoanalyse der Aqualinos bei maximaler Füllmenge ($N=27$)

Der Graph verläuft äußerst gleichmäßig und sieht nach der Stalling-Phase aus.



Die Polyacrylamid-Hydrogel Bälle können sich kaum bewegen und aufgrund mangelnder Reibung scheint die Änderung der Bewegungsrichtung für das rutschige Cluster unmöglich.

Die Hervorhebung der getrackten Wegstrecke zeigt eindeutig, dass die Teilchen auf derselben Stelle verharren.

Abbildung 26: Wegverlauf der Aqualinos bei $N = 27$

Die Schlussfolgerung ist: Reibung ist essenziell für den Phasenübergang. Inwiefern die Reibung zwischen den granularen Medien und die Reibung zwischen den Teilchen und dem Behälter die Richtungsänderung beeinflusst, möchte ich anschließend untersuchen.

Den Einfluss der Reibung zwischen den Partikeln herauszufinden, gestaltet sich auf experimentelle Weise als äußerst schwierig. Denn die Materialeigenschaften der mir zur Verfügung stehenden Bälle unterscheiden sich so stark, dass mehrere Parameter betrachtet werden müssen und nicht alleine die Reibung.

Eine Möglichkeit um auf die Wichtigkeit der Reibung unter den Teilchen zu schließen, ist die Reibung an der Wand des Behälters zu erhöhen, während man die fast reibungslosen Aqualinos benutzt. Ich befestigte einen Streifen aus einem Schwammtuch an der Wand des Behälters. Durch die raue Oberfläche wird die Reibung der Wand stark erhöht. Beim Hinzufügen der Aqualinos konnte beobachtet werden, dass diese ab einer bestimmten Anzahl ihre Bewegungsrichtung änderten. Die Reibung an der Wand scheint also wichtiger für das Hervorrufen des Phasenübergangs zu sein als die Reibung zwischen den Teilchen selbst. Die Reibung zwischen den Teilchen ganz auszuschalten war mir nicht möglich, doch die Ergebnisse eines Papers, in welchem das Phänomen simuliert wurde, zeigten: „The system never transitions to counterrotation, verifying that disk-disk friction is also critical to induce counterrotation.“¹²



Abbildung 27: Petrischale mit Wand aus Schwammtuch



Abbildung 28: Petrischale mit gefrorenem Boden

Um genauer zu untersuchen, ob nur die Reibung der Wand oder auch die des Bodens eine Rolle spielt, füllte ich die Petrischale mit ein wenig Wasser und stellte sie in den Gefrierschrank, bis der Boden der Schale gefroren war. Die rutschige Eisschicht am Boden weist auf eine sehr geringe Reibung hin. Der Test, ob die Murmeln bei hohem N ihre Richtung ändern, war positiv. Trotz der eisigen Unterfläche, die sogar leicht wässrig wegen des Schmelzvorgangs war, kam es zum Phasenübergang. Bei einem weiteren Versuch wurde der Boden mit einem Kreis, der aus einem Schwammtuch herausgeschnitten wurde, bedeckt. Das Ergebnis war, dass die Richtungsänderung der Murmeln schon bei $N=20$ sichtbar war. Laut meinen Versuchen beeinflusst die Reibung des Bodens den Zeitpunkt des Phasenübergangs, jedoch scheint das Zustandekommen des Phasenübergangs nicht zwingend davon abhängig. So kann es sein,

¹² Lisa M. Lee, John Paul Ryan, Yoav Lahini, Miranda Holmes-Cerfon, and Shmuel M. Rubinstein, Phys. Rev. E 100, 012903 (2019)

dass die Richtungsänderung auch ohne einen Boden, z.B. wie in einer Rassel, bei genügend vielen Partikeln einsetzt.



Abbildung 29: Clusterbildung bei Hirse, Counterrotating-Phase

Dieses Prinzip der Rassel könnte gedanklich ähnlich wie bei Hirse funktionieren. Die Hirse ist so klein und leicht, dass sie nicht in einer Ebene bleibt, sondern in mehreren Schichten übereinander lagert. Dadurch haben die oberen Schichten keinen direkten Kontakt zum Boden, aber sie bewegen sich in die entgegengesetzte Richtung wie der Behälter. Natürlich bilden gewissermaßen die unteren Hirseschichten den Boden für die oberen Hirseschichten, aber mit einer erhöhten Rotationsgeschwindigkeit des Orbital Shakers wären die Fliehkräfte theoretisch so groß, dass die Teilchen keinen Boden mehr benötigen.

Im M-Frame lässt sich die Größe des Bereichs mit Wandkontakt übersichtlich abbilden:

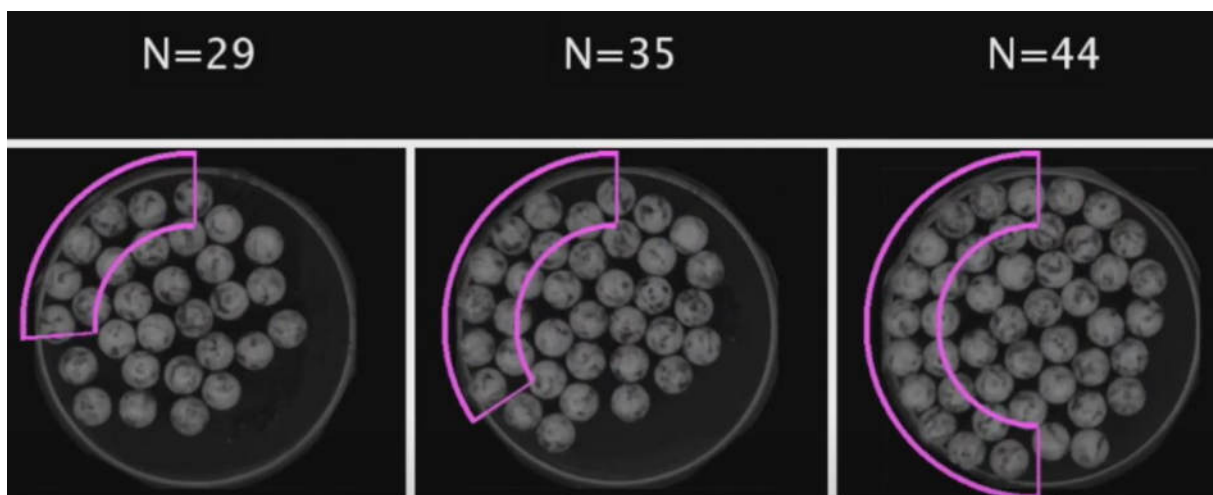


Abbildung 30: markierter Bereich der Teilchen mit Wandkontakt bei rotation, still, counterrotation

Wie die Feststellungen zeigten, ist der Phasenübergang insgesamt auf die Reibung zurückzuführen. Hierbei muss zwischen Teilchen-Teilchen, Teilchen-Boden und Teilchen-Wand Reibung differenziert werden. Die Teilchen-Wand Reibung erweist sich als die meist Verantwortlichste für den Phasenübergang. Je größer diese ist, bzw. je mehr Kugeln die Wand berühren, desto höher ist die Wahrscheinlichkeit für den Phasenübergang. Dies veranschaulicht die Grafik: Während der Wandkontaktbereich bei rotation in etwa die Größe von einem Viertel der Wand hat, macht dieser Bereich bei counterrotation die Hälfte aus. Für einen höheren Anteil an Teilchen, die die Wand berühren, sind mehrere Teilchen insgesamt nötig. Je höher N, desto eingeschränkter sind die Teilchen in ihrer Bewegungsfreiheit und das kollektive Verhalten der Granulate nimmt an Willkürlichkeit ab. Ihre Positionen ändern sich nicht mehr ständig, denn

große Kollisionen bleiben aus. Kleine, regelmäßige Kollisionen sorgen für eine beständige Struktur. Sie scheinen vielmehr als ein Ganzes zu funktionieren, wie ein Festkörper. Der gesamte Haufen kann dann durch eine feste Scheibe angenähert werden, und dieser Zustand wird mit einem Pfannkuchen verglichen.^{13 14 15}

4.2 Materialeigenschaften / Komplexität

Der Versuch zur Untersuchung auf die einzelnen Materialeigenschaften der Teilchen und wie diese den Phasenübergang beeinflussen – oder auch nicht – gestaltete sich als umfangreich. Ich notierte für jedes Medium die benötigte Anzahl an Teilchen, bis eine neue Phase eintrat. Beobachtet wurden die drei Phasen: Rotation in dieselbe Richtung wie der Behälter, gleichbleibende Position und Rotation in die entgegengesetzte Richtung des Behälters. Auf besondere Auffälligkeiten des kollektiven Verhaltens wurde ebenso geachtet.

Als Maßstab, um die jeweilige Anzahl der unterschiedlich großen Kugeln vergleichen zu können, verwende ich den Füllfaktor. Dieser beschreibt das Verhältnis von dem Flächeninhalt aller Teilchen im Behälter zu dem Flächeninhalt des Behälters, also wie viel Platz die Teilchen von oben betrachtet einnehmen.

	Murmeln	Holzk.	Keramikk.	Aqualinos	Styr. groß	Styr. klein	Petrischale
Flächeninhalt A	2,0 cm ²	0,8cm ²	0,8 cm ²	1,8 cm ²	4,9 cm ²	0,8 cm ²	64 cm ²

Abbildung 31: berechnete Flächeninhalte

$$filling\ factor = \frac{A_{partikel}}{A_{container}}$$

Die Kreisflächeninhalte berechnete ich mit den ermittelten Durchmessern d mit der Formel:

$$A = \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2$$

¹³ <https://youtu.be/7gauIogGHZ4?si=TNyIm5eLj1cSkc8X>

¹⁴ Lisa M. Lee, John Paul Ryan, Yoav Lahini, Miranda Holmes-Cerfon, and Shmuel M. Rubinstein, Phys. Rev. E 100, 012903 (2019)

¹⁵ M. A. Scherer, K. Kötter, M. Markus, E. Goles, and I. Rehberg, Phys. Rev. E 61

Folgendes Diagramm spiegelt meine Beobachtungen wider:

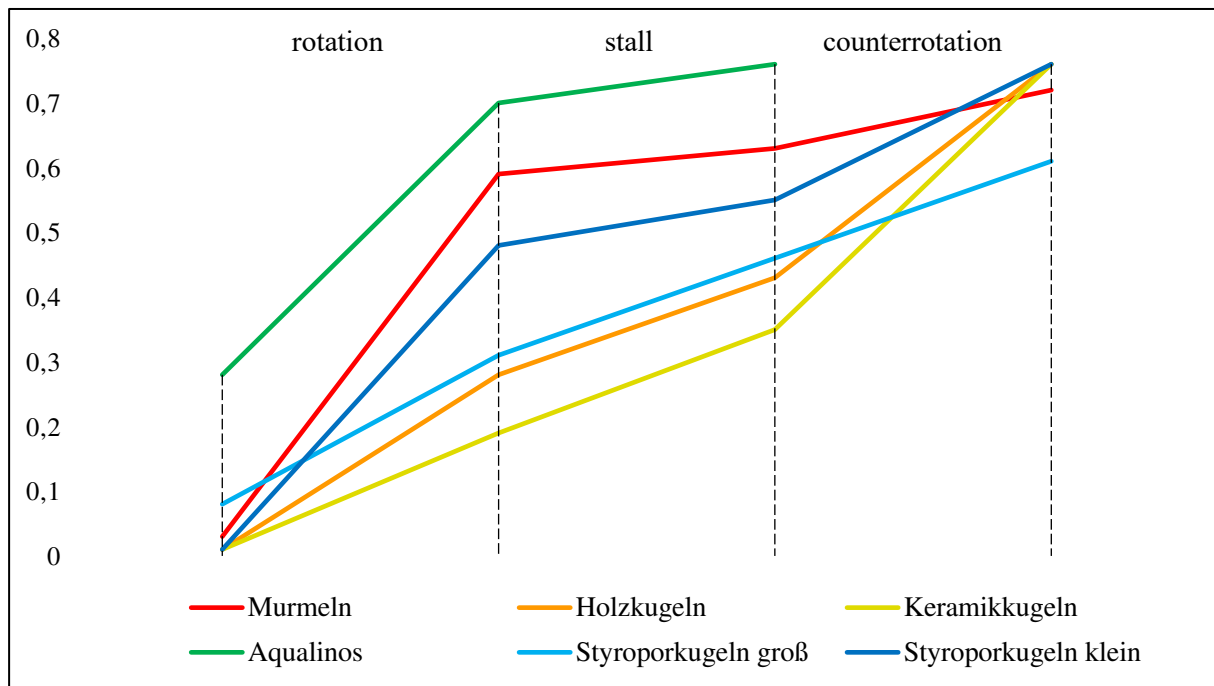


Abbildung 32: Phasenübergänge verschiedener Materialien unter Berücksichtigung des Füllfaktors

Die Skalierung am linken Rand gibt den Füllfaktor an. Dabei entspricht der Wert 0 keiner Füllung und der Wert 1 der maximalen Füllung, also dass der Behälter komplett bedeckt ist. Letzteres ist für die verwendeten granularen Medien unmöglich, da wegen der runden Form immer Hohlräume entstehen. Die verschieden farbigen Linien stehen für die verschiedenen Granulate, welche in der Legende unten beschriftet sind. Im Diagramm ist eine Einteilung in drei große Bereiche zu erkennen, die oben gekennzeichnet sind und die drei bekannten Phasen darstellen. Sie sind eher als Grobeinteilung zu verstehen, denn der Übergang ist in vielen Fällen fließend.

Die Ergebnisse sind, dass die Keramikkugeln bereits beim Füllfaktor 0,35 ihre Richtung ändern. Dies ist hauptsächlich auf ihre raue Oberfläche zurückzuführen, die die Reibung erheblich erhöht und wie bereits erforscht, ist die Reibung die Hauptursache für den Phasenübergang. Ähnlich ist dies bei den weiteren Materialien zu beobachten, so benötigen die Holzketten den zweitwenigsten Füllfaktor, denn deren Oberflächenstruktur fühlt sich ebenso etwas grober an. Die großen Styroporkugeln haben vergleichbare Werte wie die Holzketten, wohingegen die kleinen Styroporkugeln einen wesentlich höheren Füllfaktor brauchen, um in die entgegengesetzte Richtung zu rotieren. Ursache hierfür könnte ihr niedriges Gewicht sein, weswegen sie nicht so gut rollen und die Clusterbildung hinausgezögert wird. Auch wegen ihrer Ladung wurde die Rollfähigkeit eingeschränkt, denn manche Teilchen „klebten“ am Boden. Doch dass das Gewicht an sich keine allzu große Rolle spielt, belegen die Werte für die Murmeln. Sie sind

sehr viel schwerer als die kleinen Styroporkugeln und wechseln trotzdem erst bei einem Füllfaktor von 0,66 ihre Drehrichtung. Vermutlich ist ihre Reibung wegen der glatten Oberfläche gering. Die Aqualinos rotierten erst ab einem Füllfaktor von 0,28 sichtbar. Davor rutschten sie nur in der Mitte des Containers. Bei ihnen ist nach der Stalling-Phase Schluss, denn der Behälter ist maximal möglich gefüllt ist erreicht und es ist keine Bewegungsänderung erkennbar. Auch das passt in das Schema je höher die Reibung, desto früher der Phasenübergang.

4.3 Behältereigenschaften

Da der Einfluss des Materials des Behälters im Unterkapitel Reibung abgearbeitet wurde, steht noch die Untersuchung bezüglich der Durchmessergrößen aus. Hierzu verwendete ich die kleine Glaspetrischale ($A=38 \text{ cm}^2$) und schrieb die Anzahl an Murmeln an den Zeitpunkten auf, wenn eine neue Phase eintrat. Die Ergebnisse verglich ich mit den Ergebnissen der Murmeln von der großen Glaspetrischale. Als Vergleichsgröße verwendete ich den Füllfaktor.

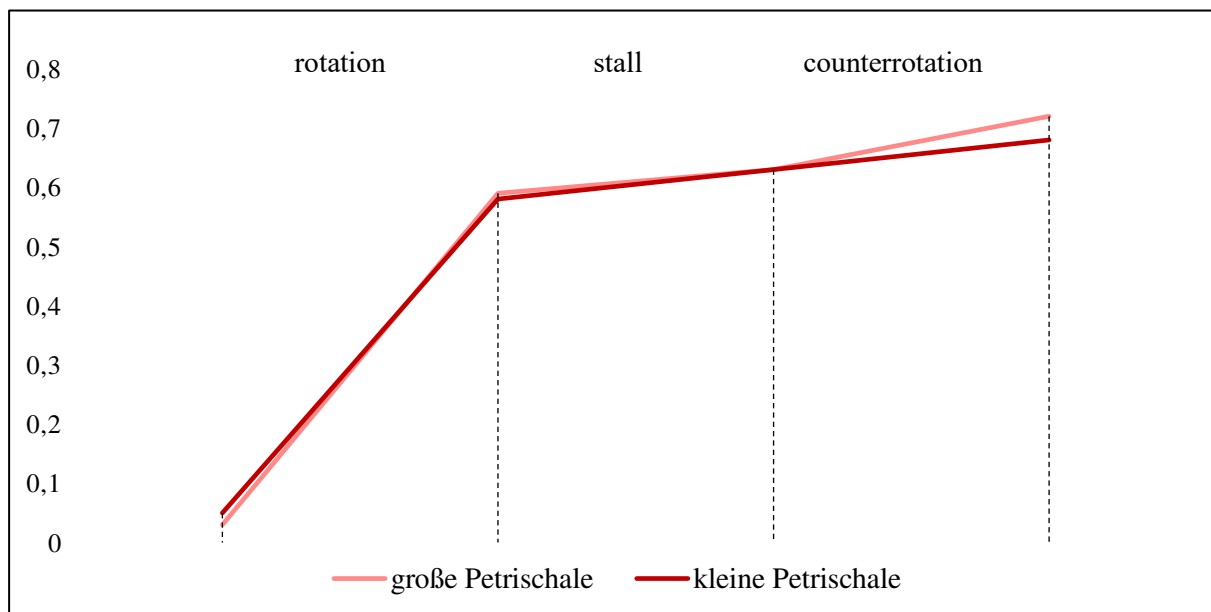


Abbildung 33: Phasenübergang der Murmeln bei unterschiedlichen Behältergrößen

Die Werte des Füllfaktors verhalten sich in beiden Fällen gleich. Die benötigte Anzahl an Kugeln für die einzelnen Phasen verhält sich proportional zu den Behältergrößen.

Eine weitere Feststellung ist, dass der Phasenübergang auch bei sehr kleinen Behältern zustande kommt. Das Ergebnis beim Versuch mit dem Schnapsglas ist, dass die Holzkugeln ihre Richtung schon bei $N=2$ und die kleinen Styroporkugeln bei $N=3$ änderten. Es ist keine Mindestanzahl an Teilchen, die miteinander interagieren, erforderlich.

Ebenso positiv verlief das Experiment, ob die Richtungsänderung bei Behältern mit gewölbtem Boden eintritt. Die Wand muss also nicht senkrecht auf dem Boden stehen. Die Bewegungen der Murmeln ähnelten mehr einem Gleiten als einem Rollen. Würde man den Füllfaktor berechnen, so wäre dieser beim Eintreten der Counterrotating-Phase 1,3. Dass der Wert über 1 ist, liegt an den ineinander übergehenden Boden und Wand, weshalb die Teilchen teilweise an der Wand entlang schlittern.

4.4 Rotationsgeschwindigkeit

Ich notierte die Anzahl an Murmeln für die drei Phasen bei drei verschiedenen Umlaufzeiten T des Orbital Shakers und verglich die Daten wieder mit dem Füllfaktor.

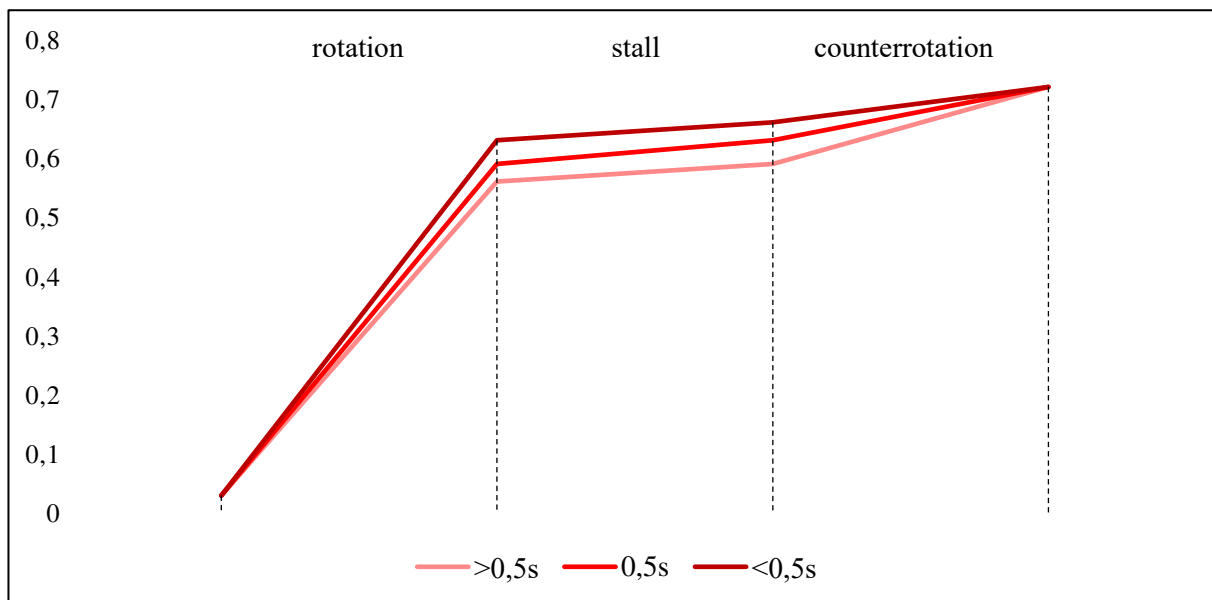


Abbildung 34: Phasenübergänge der Murmeln bei unterschiedlichen Umlaufzeiten

Die unterschiedlichen Rottöne stehen für T , die Werte sind in der Legende unten angegeben. Für den Fall der Murmeln kann man folgendes formulieren: Je langsamer die Geschwindigkeit, desto früher findet der Phasenübergang statt. Die Abweichungen sind bei meinen Versuchen jedoch nur marginal.

5 Zusammenfassung

Mein Fazit ist, dass der Phasenübergang von der Reibung abhängig ist. Ich habe mit meinen Versuchen herausgefunden, dass granulare Medien mit hoher Reibung, wie etwa die Keramik-Kugeln bei einem niedrigen Füllfaktor ihre Bewegungsrichtung ändern. Hingegen wechseln Kugeln mit geringerer Reibung, z.B. Glasmurmeln, erst bei höherem Füllfaktor die Richtung. Gar kein Phasenübergang trat bei den Aqualinos auf, die fast nur aus Wasser bestehen und deshalb nahezu reibungslos sind.

Der Phasenübergang ist gekennzeichnet von der Clusterbildung. Durch die Änderung der Struktur bei Erhöhung der Teilchenzahl, werden die flüssigkeitsähnlich rollenden Teilchen zu einer festkörperähnlichen Scheibe. Für diese Transformation sind sowohl die zahlreichen Kollisionen der Teilchen untereinander, als auch mit der Wand verantwortlich. Das entstehende, selbst organisierte Muster in Ringe ähnelt einer Zielscheibe.

Die Wand des Behälters spielt eine große Rolle. Meine Experimente zeigten, dass die Reibung zwischen ihr und den granularen Medien die bedeutendste Reibung ist. Zudem erhalten die Teilchen hauptsächlich wegen einer Kollision mit der Wand eine Beschleunigung und damit kinetische Energie, welche das Cluster schneller rotieren lässt. Insgesamt ist die Größe des Bereichs, in welchem die Teilchen Wandkontakt haben, ausschlaggebend. Ist dieser groß, so ist auch die Wahrscheinlichkeit für eine Richtungsänderung groß.

Ich kann mir gut vorstellen, dass der Pfannkuchen-Effekt z.B. in der Pharmaindustrie oder in der modernen Nahrungsmittelproduktion Anwendung findet.

6 Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei verschiedenen Personen herzlich für die Unterstützung und Ideen Anregungen bedanken.

Zunächst danke ich Herrn Klaus Puppe für die Bereitstellung des Orbital Shakers und die Zeit, die er in diesen investiert hat. Das Gerät ist elementar für meine Messergebnisse. Auch als mein Jugend forscht Projektbetreuer stand er mir hilfreich zur Seite.

Ebenfalls danken möchte ich den Physik-Juroren von Jugend forscht. Sie gaben mir wertvolle Inspirationen und ihre konstruktive Kritik motivierte mich an der weiteren Forschung.

Des Weiteren bedanke ich mich bei Jonas Hamp, der mich besonders im Kontext des GYPT begleitete und stets eine verlässliche Ansprechperson war. Er half mir mich bei dem Programm Tracker zurechtzufinden und erstellte in seiner Freizeit selbst eine Simulation des Phänomens, deren Daten ich mit meinen Track-Ergebnissen vergleichen konnte.

Insgesamt gilt mein Dank dem ganzen GYPT Team Dachau, speziell Frau Silke Stähler-Schöpf und Andreas Kratzer, die sowohl den Regionalwettbewerb, als auch die Fahrt nach Bad Honnef organisierten. Die Kommunikation verlief einwandfrei.

Zuletzt danke ich meinem Seminarleiter, Herrn Dr. Thomas Grillenbeck, ohne dem mein Projekt nicht möglich gewesen wäre. Die vielen Fahrten nach Garching zum Max Planck Institut für Quantenoptik, wo diverse Workshops zum Thema GYPT stattfanden, waren Grund für mein Seminararbeitsthema. Er bestärkte mich bei den Wettbewerben teilzunehmen und dafür bin ich dankbar, denn die Erfahrungen waren aufschlussreich und brachten mich weiter.

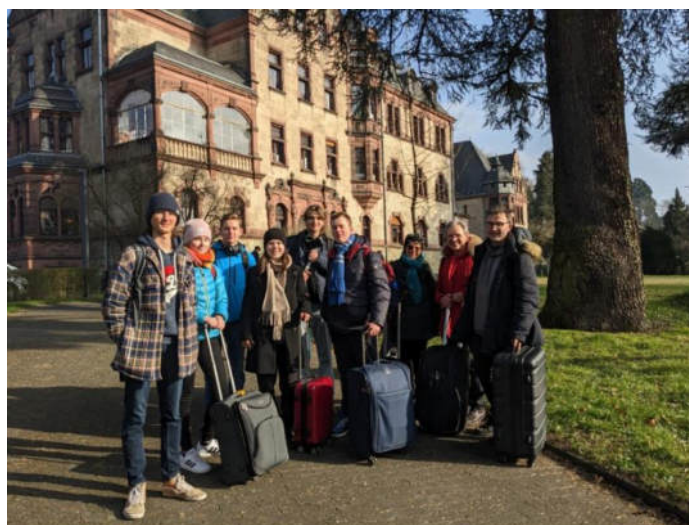


Abbildung 35: GYPT Bundeswettbewerb 2023 in Bad Honnef

7 Quellen- und Literaturverzeichnis

Lisa M. Lee, John Paul Ryan, Yoav Lahini, Miranda Holmes-Cerfon, and Shmuel M. Rubinstein, Phys. Rev. E 100, 012903 (2019), <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.100.012903>

M. A. Scherer, V. Buchholtz, T. Pöschel, and I. Rehberg, Phys. Rev. E 54, 4560 (1996), <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.54.R4560>

M. A. Scherer, K. Kötter, M. Markus, E. Goles, and I. Rehberg, Phys. Rev. E 61, 4069 (2000), <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.61.4069>

Morsch, Oliver: Sandburgen, Staus und Seifenblasen, Weinheim 2005

<https://www.gypt.org/aufgaben-archiv/15-pancake-rotation.html>

<https://www.wasserperlen.org/>

<https://www.thingiverse.com/thing:2633507>

<https://youtu.be/7gauIogGHZ4?si=TNylm5eLj1cSkc8X>

<https://www.youtube.com/watch?v=8RFpKHelm4Q>

8 Bildquellen

Deckblatt: pixabay.com

Abbildung 1: Miriam Huber (Foto)

Abbildung 2: Miriam Huber (Tabelle)

Abbildung 3: Miriam Huber (Foto)

Abbildung 4: Miriam Huber (Tabelle)

Abbildung 5: <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.100.012903>

Abbildung 6: Miriam Huber (Foto)

Abbildung 7: Miriam Huber (Foto)

Abbildung 8: Miriam Huber (Tracker)

Abbildung 9: Miriam Huber (Tracker)

Abbildung 10: Miriam Huber (Tracker)

Abbildung 11: Miriam Huber (GeoGebra Classic)

Abbildung 12: Miriam Huber (Tracker)

Abbildung 13: Miriam Huber (Tracker)

Abbildung 14: Miriam Huber (GeoGebra Classic)

Abbildung 15: Miriam Huber (GeoGebra Classic)

Abbildung 16: <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.54.R4560>

Abbildung 17: Jonas Hamp (Grafik Mathematica)

Abbildung 18: <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.100.012903>

Abbildung 19: <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.100.012903>

Abbildung 20: <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.100.012903>

Abbildung 21: <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.61.4069>

Abbildung 22: <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.61.4069>

Abbildung 23: Miriam Huber (Foto und Zeichnung)

Abbildung 24: Miriam Huber (Foto)

Abbildung 25: Miriam Huber (Tracker)

Abbildung 26: Miriam Huber (Tracker)

Abbildung 27: Miriam Huber (Foto)

Abbildung 28: Miriam Huber (Foto)

Abbildung 29: Miriam Huber (Foto)

Abbildung 30: <https://youtu.be/7gauIogGHZ4?si=TNyIm5eLj1cSkc8X> 2:45

Abbildung 31: Miriam Huber (Tabelle)

Abbildung 32: Miriam Huber (Diagramm Excel)

Abbildung 33: Miriam Huber (Diagramm Excel)

Abbildung 34: Miriam Huber (Diagramm Excel)

Abbildung 35: Jonas Hamp (Foto)



German Young Physicists' Tournament

3 - 5 March 2023 | Bad Honnef

We hereby certify that
as a member of team
participated in the

Miriam Huber
Rechenfehler

GYPT-Nationals 2023

 Prof. Dr. Joachim Ullrich
German Physical Society

 Prof. Dr. Joachim Ankerhold
University of Ulm

 Dr. Stefan Jorda
Wilhelm und Else Heraeus Foundation



universität
Ulm

WILHELM UND ELSE
HERAEUS-STIFTUNG



KMK
KULTUSMINISTER
KONFERENZ

URKUNDE



SEEONER KREIS

Miriam Huber

hat am Regionalwettbewerb Rosenheim 2023 teilgenommen
mit einem Projekt aus dem Fachgebiet Physik
zum Thema

Pfannkuchen-Effekt

und hat den

3. Preis

Preisstifter: Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.
V.

erhalten.

Thomas Grillerbeck

Wettbewerbsleiter/in

Dr. Sven Baszio

Dr. Sven Baszio
Stiftung Jugend forscht e. V.

Julia Rein

Patenbeauftragte/r



Seminararbeit

Erklärung der eigenständigen Erstellung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und ohne fremde Hilfe verfasst und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel verwendet habe.

Insbesondere versichere ich, dass ich alle wörtlichen und sinngemäßen Übernahmen aus anderen Werken als solche kenntlich gemacht habe.

Ort, Datum

Unterschrift des Verfassers/der Verfasserin