

Der charakteristische Geigenklang

Experimentelle Untersuchung der Eigenschwingungen von
Geigensaiten



Seminararbeit im Fach Physik

von Johanna Giebel

2023



Seminararbeit

Thema: Der charakteristische Geigenklang – experimentelle Untersuchung der Eigenschwingungen von Geigensaiten

Verfasser/in: Johanna Giebel

Leitfach: Physik

Seminarkürzel: 2W_Ph

Lehrkraft: Herr Dr. Grillenbeck

Abgabe der schriftlichen Arbeit am:

[Datumsstempel Sekretariat]

Präsentation mit Prüfungsgespräch am:

____.____.20____

Bewertung	Note	in Worten	Punkte		Punkte
schriftliche Arbeit				x 3	
Abschlusspräsentation				x 1	
Summe					
Gesamtleistung nach § 29 (7) GSO = Summe : 2 (gerundet)					

Unterschrift der Lehrkraft

Inhalt

1 Klangfarben der Geige	3
2 Grundlagen	4
2.1 Schwingungen	4
2.2 Harmonische Schwingung.....	4
2.3 Schwingung einer Geigensaite und stehende Wellen	4
2.4 Fourier-Analyse	6
2.5 Schnelle	7
3 Experimentelles	7
3.1 Laser-Doppler-Vibrometer (LDV)	7
3.2 Versuchsaufbau	8
3.3 Versuchsdurchführung.....	9
4 Messbarkeit von Saitenschwingungen mit dem LDV	9
4.1 Gezupfte Saite.....	10
4.2 Gestrichene Saite	12
4.3 Vergleich: gezupft und gestrichen	13
4.4 Reproduzierbarkeit	14
5 Flageolett-Töne und gedämpfte Saite	15
5.1 Vergleich von Flageolett-Tönen mit normalen Tönen.....	15
5.2 Vergleich von gedämpften mit ungedämpften Tönen	17
6 Resümee	18
Anhang.....	20
Abbildungsverzeichnis	20
Literaturverzeichnis	21

1 Klangfarben der Geige

Die Geige – ein spannendes und zugleich faszinierendes Musikinstrument, dessen einzigartiger und wohltuender Klang die Herzen der Menschen schon seit fast 500 Jahren berührt (Superprof: Die Entwicklung der Geige über die Jahrhunderte).

Doch warum klingt eine Geige so wie sie klingt? Wie verändern die verschiedenen Anregungsarten der Saite das Obertonspektrum und welche Auswirkungen hat dies auf den unvergleichlichen Klang der Geige? Ein Rätsel, das sowohl viele Musiker als auch Forscher fasziniert und begeistert.

„Die Eigenschwingung der Geige sind die eigentliche Primärfunktion. Die Eigenschwingungen bestimmen, wie das Instrument klingt und wie es sich spielen lässt, wie die Geige also funktioniert.“ (Schleske: Modalanalyse)

Während schon zahlreiche Untersuchungen zum Schwingungsverhalten des Geigenkorpus durchgeführt wurden (siehe z. B. Schleske 1992: Modalanalyse im Geigenbau), wurde der Geigensaite selbst weniger häufig Aufmerksamkeit geschenkt. Deshalb möchte ich mich in meiner Arbeit auf die Saite der Geige konzentrieren und ihr Schwingungsverhalten erforschen.

Welche Faktoren können die Eigenschwingung der Saite beeinflussen? Warum klingt ein gedämpfter Ton nicht nur leiser, sondern auch nicht so voll und prachtvoll wie ein normaler? Was sind Flageolett-Töne und wie entstehen diese?

Auf der Suche nach Antworten auf diese Fragen wird ein Laser-Doppler-Vibrometer benötigt, ein Schwingungsmessgerät aus der akustischen Messtechnik. Da es sich bei der Geigensaite um ein sehr dünnes Objekt handelt, stellt sich jedoch zuallererst die Frage, ob ein solches Messgerät überhaupt imstande ist die Saitenschwingung zu erfassen.

Ziel dieser Arbeit ist es also herauszufinden, wie die Eigenschwingungen der Geigensaite mit ihrem Klang zusammenhängen und welche Funktion die Obertöne dabei haben. Ebenfalls sollen die Fragen geklärt werden, wie ein Flageolett das Obertonspektrum verändert und welche Auswirkung ein Dämpfer auf die Geige hat.

2 Grundlagen

Um das Schwingungsverhalten einer Geigensaite und die Methode, dieses zu messen, verstehen zu können, werden einige Kenntnisse aus der Schwingungslehre und Akustik benötigt.

2.1 Schwingungen

Eine Schwingung ist eine zeitlich periodische Bewegung eines Objekts um einen bestimmten Mittelwert bzw. Gleichgewichtszustand. Sie wird durch eine äußere Störung angeregt und entsteht durch das Einwirken einer rücktreibenden Kraft.

Als Frequenz f bezeichnet man die Anzahl der Schwingungen pro Sekunde mit der Einheit $[f] = \frac{1}{s} = \text{Hz}$. Unter der Amplitude \hat{y} versteht man die maximale Auslenkung des schwingenden Objekts aus seinem Gleichgewichtszustand. (Kähler 2012, S. 67)

2.2 Harmonische Schwingung

Lässt sich die Auslenkung $y(t)$ einer Schwingung durch eine Sinusfunktion in der Form $y(t) = \hat{y} \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$ mit $\omega = 2\pi f$ und φ_0 als Phasenverschiebung beschreiben, liegt eine harmonische Schwingung vor.

Eine Schwingung wird als frei bezeichnet, wenn sie nach einer kurzen Anregung ohne äußere Störungen weiter schwingt. Bei einer ungedämpften Schwingung tritt keine Reibung auf und die Schwingungsenergie bleibt konstant. Bei einer freien gedämpften Schwingung nimmt die Amplitude aufgrund der Reibung mit der Zeit ab. (Kähler 2012, S. 73)

2.3 Schwingung einer Geigensaite und stehende Wellen

Läuft eine Welle ein Medium entlang und wird am Ende so reflektiert, dass sie phasengleich zurückläuft, entstehen an bestimmten Stellen Schwingungsknoten (keine Auslenkung) und in den Bereichen dazwischen Schwingungsbäuche (maximale Auslenkung). Man spricht hier von einer stehenden Welle. Die schwingende Geigensaite ist ein Beispiel für eine stehende Welle mit beidseitiger Reflexion am

festen Ende. Aufgrund der beiden festen Enden der Geigensaite kann diese nur mit ganz bestimmten Frequenzen schwingen, den sogenannten Eigenfrequenzen. Die Eigenfrequenzen hängen einerseits von der Schallgeschwindigkeit c in der Saite und andererseits von der Länge l der Saite ab. (Studyflix: Stehende Welle)

In Abb. 1 sind die Eigenschwingungen einer Geigensaite dargestellt.

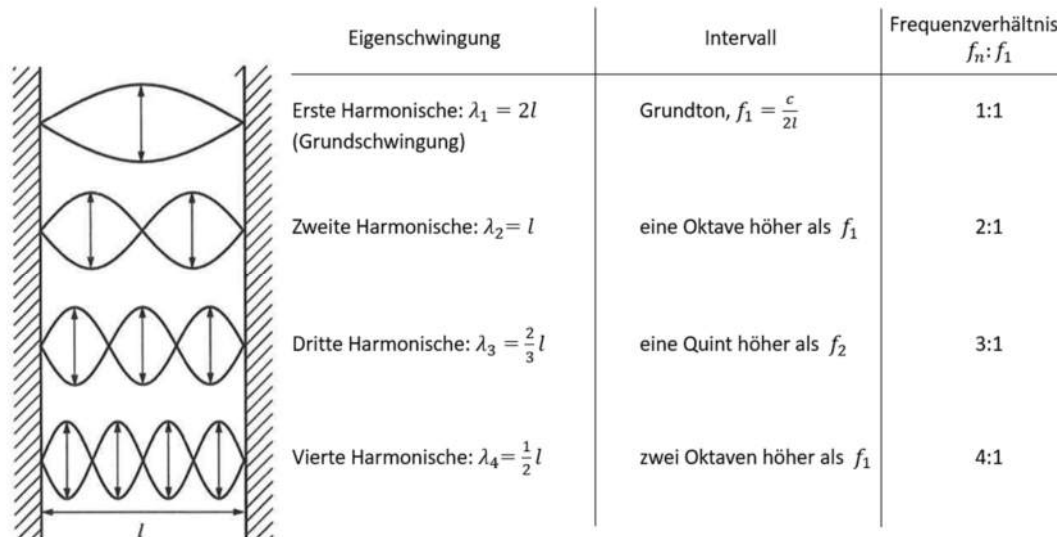


Abb. 1: Eigenschwingungen einer Saite, die ersten vier Eigenschwingungsformen bei zwei festen Enden, linke Grafik aus Bohrmann, Pitka et al. 1999, rechte Tabelle: selbst erstellt

Schwingt die Saite in ihrer Grundschiwingung, der sogenannten ersten harmonischen Schwingung (kurz: erste Harmonische), befinden sich an den zwei festen Enden jeweils ein Bewegungsknoten und in der Mitte der Saite ein Bewegungsbauch.

Die Länge der Saite entspricht einer halben Wellenlänge ($l = \frac{\lambda_1}{2}$). Da für Wellen allgemein $c = \lambda \cdot f$ gilt, ergibt sich daraus die Grundfrequenz der schwingenden Saite: $f_1 = \frac{c}{2l}$. (ebd.)

Die Länge der Saite entspricht einer halben Wellenlänge ($l = \frac{\lambda_1}{2}$). Da für Wellen allgemein $c = \lambda \cdot f$ gilt, ergibt sich daraus die Grundfrequenz der schwingenden Saite: $f_1 = \frac{c}{2l}$. (ebd.)

Durch die Randbedingung zwei fester Enden sind weitere stehende Wellen mit höheren Frequenzen möglich. Bei der zweiten Harmonischen beträgt $l = \lambda_2$, was einer Verdopplung der Frequenz im Vergleich zu ihrer Grundschiwingung entspricht. Allgemein ergibt sich für die Frequenz f_n der n-ten Harmonischen: $f_n = n \cdot \frac{c}{2l}$, wobei $n \in \mathbb{N}$. Dies bedeutet, dass die Eigenfrequenzen einer Saite immer ganzzahlige Vielfache der Grundfrequenz sind (Bohrmann, Pitka et al. 1999, S. 187). Die zugehörigen Intervalle und Frequenzverhältnisse finden sich ebenfalls in Abb. 1.

2.4 Fourier-Analyse

Neben den harmonischen Schwingungen gibt es unharmonische bzw. nicht harmonische Schwingungen, welche sich nicht in einer einzelnen Sinusfunktion darstellen lassen. Es ist jedoch möglich, mit der Fourier-Analyse eine unharmonische Schwingung in eine Summe aus einzelnen Sinus- und Cosinusfunktionen zu zerlegen, wie das Beispiel in Abb. 2 zeigt. Dort ist der zeitliche Verlauf der halben Periode einer Dreiecksschwingung dargestellt. Zusätzlich sind drei Sinuskurven zu erkennen (1.-3. Summand). Diese haben unterschiedliche Frequenzen und Amplituden, wobei die einzelnen Frequenzen Harmonische der Grundfrequenz sind (siehe 2.3).

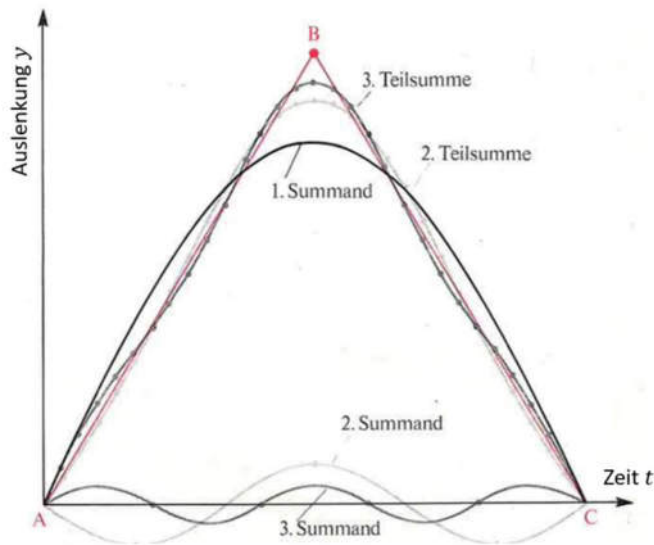


Abb. 2: Annäherung einer Dreiecksschwingung durch eine Überlagerung von Sinuskurven nach Fourier; Bild nach Dorn, Bader et al.

Die Amplituden (hier: A_1 , A_3 und A_5), auch Fourier-

Koeffizienten genannt, sind so passend gewählt, dass die Summe aus ihnen eine möglichst genaue Annäherung der Dreiecksschwingung entspricht. Mit weiteren höheren Harmonischen würde die Annäherung immer genauer werden:

$$y(t) = A_1 \cdot \sin(2\pi f_1 \cdot t) + A_3 \cdot \sin(2\pi \cdot 3f_1 \cdot t) + A_5 \cdot \sin(2\pi \cdot 5f_1 \cdot t) + \dots$$

Dies zeigt das Prinzip der Fourier-Analyse (Dorn, Bader et al. 1975, S. 272).

Nimmt man ein Schwingungssignal digital auf, erhält man vorerst die Geschwindigkeit der Schwingung als Zeitsignal. Die Fast-Fourier-Transformation (FFT) wandelt direkt im Anschluss die diskreten Signale von der Zeit- in die Frequenzdomäne um (Mathworks: Fast Fourier Transform (FFT)). So bestimmt der Computer direkt das Fourier-Spektrum der gemessenen Schwingung, in welchem genau aufgezeigt wird, welche Frequenzen die Schwingung wie stark enthält.

2.5 Schnelle

Mit dem Laser-Doppler-Vibrometer, ein Messgerät, welches verwendet wird, um die schwingende Geigensaiten zu vermessen, wird der zeitliche Verlauf der Geschwindigkeit der Saite an genau einem bestimmten Ort gemessen. Diese Geschwindigkeit $v(t)$ der stehenden Welle wird Schnelle genannt. Diese ist die Zeitableitung des Ortes:

$$y(t) = \hat{y} \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$\Rightarrow v(t) = \dot{y}(t) = \hat{y} \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi_0) = \hat{v} \cdot \cos(\omega t + \varphi_0) \text{ mit } \hat{v} = \hat{y} \cdot \omega$$

3 Experimentelles

3.1 Laser-Doppler-Vibrometer (LDV)

Zur Bestimmung von Vibrationen und Eigenschwingungen von Objekten kann ein Laser-Doppler-Vibrometer (LDV) verwendet werden (Abb. 3). Dies ist ein Gerät aus der akustischen Messtechnik, mit welchem man mit Hilfe des Doppler-Effekts und der Interferenz die Schnelle mechanischer Schwingungen an Oberflächen ortsauflöst messen kann. „Keine andere Technologie ermöglicht Schwingungsmessungen mit

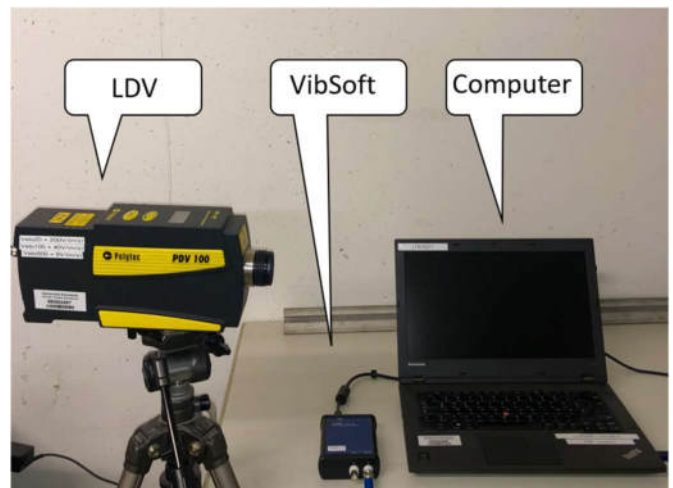


Abb. 3: Laser-Doppler-Vibrometer der Firma Polytec; eigenes Bild

annähernd vergleichbarem Frequenzumfang, Empfindlichkeit und Auflösung“ (Optomet Laser Vibrometry: Laser Doppler Vibrometer).

Bei der LDV-Messung wird ein Laserstrahl auf das schwingende Objekt gerichtet, der an der Oberfläche des Objekts reflektiert wird. Da sich die Oberfläche relativ zum Vibrometer bewegt, ändert sich die Lichtfrequenz des zurückreflektierten Laserstrahls (Dopplereffekt). Diese Frequenzänderung wird im Vibrometer mittels Interferenz gemessen und daraus die Geschwindigkeit (Schnelle) der Oberfläche

berechnet. Als Messergebnis erhält man sowohl den zeitlichen Verlauf der Schnelle als auch eine Fourier-Analyse des Frequenzspektrums der Schwingung.

Das LDV eignet sich gut für die Vermessung von Musikinstrumenten, da es das zu messende Objekt nicht direkt berührt, sondern die Messung mit einem Laserstrahl durchführt und somit die Eigenschwingung nicht beeinflusst (Polytec: Laser-Doppler-Vibrometrie). Dies ermöglicht eine ungestörte und dadurch sehr präzise Messung, weshalb es zu einem bedeutenden Werkzeug für die Wissenschaft geworden ist.

Meine Versuche durfte ich im Labor für Schallmesstechnik an der Technischen Hochschule Rosenheim unter Betreuung von Herr Prof. Dr. Ulrich Schanda (Laborleiter) und Herr Dr. Fabian Schöpfer durchführen.

3.2 Versuchsaufbau

In dieser Arbeit wird meine Geige, gebaut 2019 vom Rosenheimer Geigenbaumeister Bernd Ellinger, untersucht. Um die Eigenschwingung der Geige so wenig wie möglich zu beeinflussen, wird sie auf drei weiche Schaumstoffwürfel auf den Tisch gelegt, einen unter die Schneck und jeweils einen unter die Enden der Schulterstütze (Abb. 4). Dadurch wird ein möglichst frei schwingender Korpus der Geige gewährleistet. Das Laser-Doppler-Vibrometer wird auf ein Stativ aufgestellt und der Laserstrahl auf die Saite über dem Griffbrett der Geige gerichtet (Abb. 5). Zur Datenerfassung und -analyse wird



Abb. 4: Lagerung der Geige auf Schaumstoffwürfeln; eigenes Bild



Abb. 5: Versuchsaufbau: Laserstrahl des LDV wird auf die zu messende Saite gerichtet; eigenes Bild

ein VibSoft an das LDV angeschlossen, welches wiederum mit einem Computer verbunden ist. So erhält man direkt nach einer Messung sowohl ein Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm als auch direkt eine Fouriertransformation.

3.3 Versuchsdurchführung

Um die Messdaten der Saitenschwingungen zu gewinnen, muss die Saite angeregt werden. Diese Anregung erfolgt entweder durch Zupfen oder durch Streichen der Saite. Durch den Laserstrahl, der auf die angeregte Saite (hier: A-Saite) gerichtet ist, erhält das LDV die Messdaten und stellt sie direkt auf dem Computer dar.

Um einen möglichst präzisen Vergleich der Schwingungen erzielen zu können, wurden für die folgenden Messungen weder der Bogen, noch die Geige selbst und ihre Position variiert. Leider kann die Intensität der Anregung bei meinem Versuch nicht genau kontrolliert werden, da sich die Lautstärke des Tons und damit die Amplitude der Schwingung von Messung zu Messung unterscheidet.

Alle Versuche wurden in einem schallgedämmten Labor durchgeführt, um externe Störungen zu minimieren.

4 Messbarkeit von Saitenschwingungen mit dem LDV

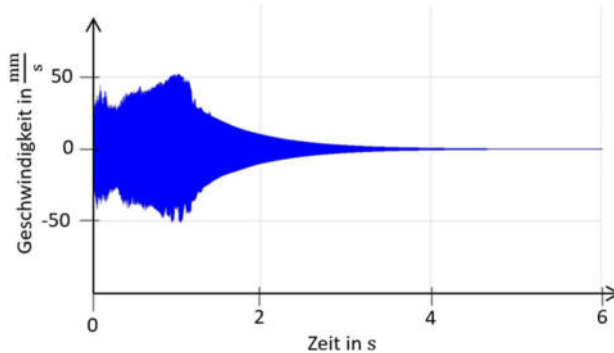
Die Saiten einer Geige sind sehr dünne Objekte, weshalb es am Anfang der Arbeit nicht klar gewesen ist, ob es möglich ist, die schwingenden Saiten mit dem LDV zu vermessen. Wenn dies möglich ist, soll außerdem untersucht werden, welche Anregungsart der Saite, gezupft oder gestrichen, die präziseren Messergebnisse liefert. Darüber hinaus werden die Messungen, um die Zuverlässigkeit und Gültigkeit ihrer zu gewährleisten, auf ihre Reproduzierbarkeit geprüft. Deshalb werden in diesem Kapitel die ersten Untersuchungen diesbezüglich vorgestellt.

4.1 Gezupfte Saite

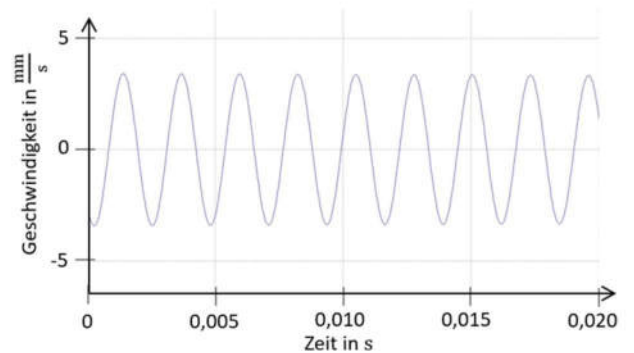
In den ersten Experimenten erfolgt das Zupfen der leeren A-Saite. Die daraus resultierenden Messergebnisse werden in Abb. 6 dargestellt.

Gezupfte A-Saite

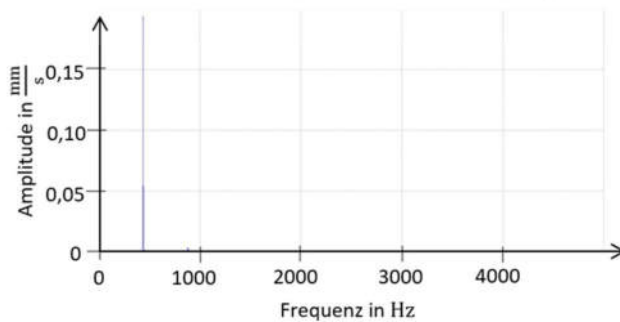
a) Zeitlicher Verlauf - gesamt



b) Zeitlicher Verlauf - Ausschnitt



c) Fourier-Spektrum, Geschwindigkeitsamplitude in $\frac{\text{mm}}{\text{s}}$



d) Fourier-Spektrum, Geschwindigkeitsamplitude in dB

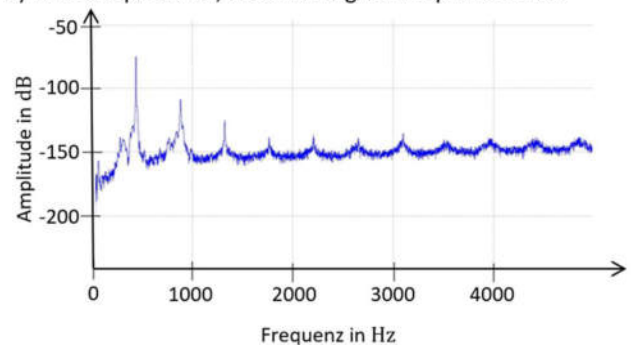


Abb. 6: gezupfte A-Saite a): Zeitlicher Verlauf der Geschwindigkeit - gesamt; b): Zeitlicher Verlauf der Geschwindigkeit - Ausschnitt; c): Fourier-Spektrum in mm/s ; d) Fourier-Spektrum in dB; eigene Darstellung

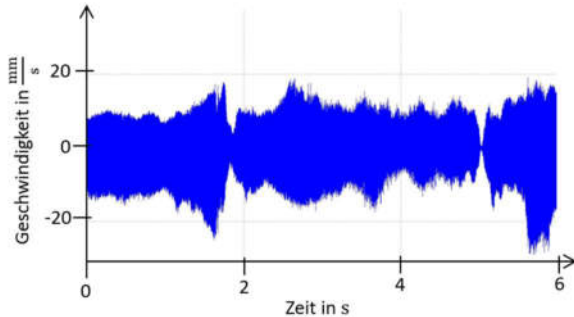
Das Diagramm a) zeigt den gesamten zeitlichen Verlauf der Geschwindigkeit der Schwingung. Deutlich erkennbar ist das exponentielle Abklingen, das nach der Anregung (hier: zupfen) aufgrund des Luftwiderstands zustande kommt. Eine solche Schwingung wird eine freie gedämpfte Schwingung genannt. In dem Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm b), das eine Vergrößerung von a) darstellt, ist eine fast perfekte Sinuskurve zu sehen. Die Diagramme c) und d) zeigen beide das Fourier-Spektrum, welches die Obertöne des gezupften Tons darstellen. Im Gegensatz zu Diagramm d) ist in c) die Geschwindigkeitsamplitude der Messstelle der Saite in $\frac{\text{mm}}{\text{s}}$ aufgetragen. Bei dieser Darstellung der Geschwindigkeit werden die

Größenverhältnisse der Amplituden, d. h. welcher Oberton wie stark im Ton vertreten ist, sehr gut sichtbar. Bei dem gezupften A ist es jedoch nur fast der reine Grundton bei 440 Hz mit einem sehr schwachen Oberton bei 880 Hz. In dieser Darstellung sind keine weiteren Obertöne erkennbar. Das Diagramm d) stellt das gleiche Fourier-Spektrum dar, jedoch wird die Geschwindigkeitsamplitude hier in Dezibel umgerechnet. Dies geschieht mit der Formel $20 \cdot \log_{10}\left(\frac{v}{v_0}\right)$, wobei v für die Geschwindigkeit bei den verschiedenen Frequenzen und $v_0 = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ für die Bezugsschnelle steht (Chip Praxistipps: Dezibel berechnen - so geht's). Diese Darstellung hat den Vorteil, dass man mit ihrer Hilfe die schwächeren Obertöne der Schwingung erkennen kann, da die Formel für die Berechnung der Geschwindigkeitsamplitude den Logarithmus enthält. Erst in der dB-Darstellung wird sichtbar, dass der Ton noch weitere Obertöne enthält. Jedoch ist das Signal dieser so gering, dass diese im Gegensatz zu der Grundschwingung kaum von Bedeutung sind. Der Nachteil der dB-Darstellung ist allerdings, dass die Amplitudenverhältnisse hier nicht gut veranschaulicht werden. Aufgrund dessen wird bei den Messungen von Flageolett und Dämpfer die lineare Darstellung der Amplitude in $\frac{\text{mm}}{\text{s}}$ gewählt.

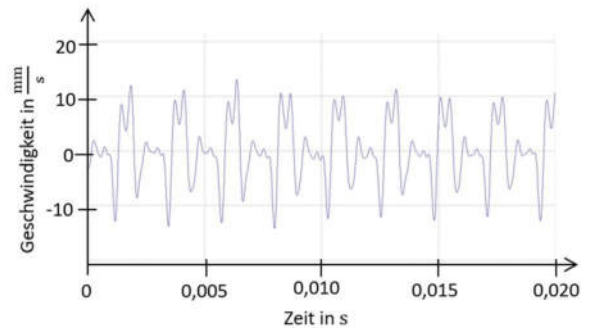
4.2 Gestrichene Saite

Gestrichene A-Saite

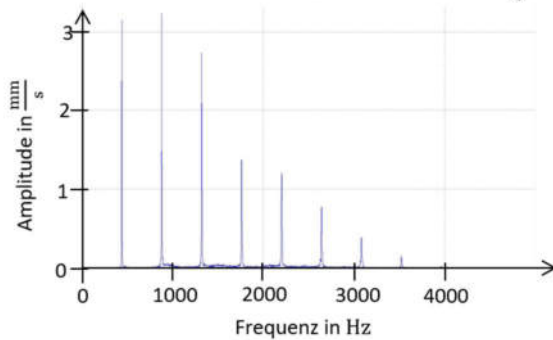
a) Zeitlicher Verlauf - gesamt



b) Zeitlicher Verlauf - Ausschnitt



c) Fourier-Spektrum, Geschwindigkeitsamplitude in $\frac{\text{mm}}{\text{s}}$



d) Fourier-Spektrum, Geschwindigkeitsamplitude in dB

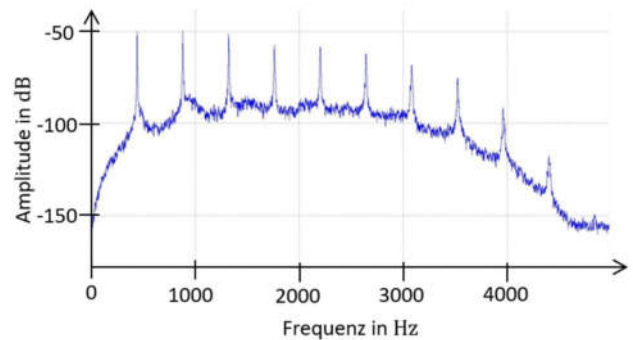


Abb. 7: gestrichene A-Saite a): Zeitverlauf der Geschwindigkeit; b): Zeitverlauf der Geschwindigkeit Langzeit; c): Fourier-Spektrum in mm/s; d) Fourier-Spektrum in dB; eigene Darstellung

In der zweiten Versuchsreihe wird die leere A-Saite gestrichen. In Abb. 7 sind die Messergebnisse dieser Experimente zu sehen. Das Diagramm a) zeigt den gesamten zeitlichen Verlauf der Messung. Der Verlauf der Geschwindigkeitsamplitude ist aufgrund des Strichwechsels und der ungleichen Anregung ungleichmäßig. Dies liegt unter anderem an der ungewollten Variation der Lautstärke, welche davon abhängt, ob der Bogen die Saite an seiner Spitze oder am Frosch anregt. Der Ausschnitt des zeitlichen Verlaufs, Diagramm b), zeigt eine unharmonische Schwingung, es erklingen hier also mehrere Frequenzen gleichzeitig. In dem Fourier-Spektrum c) kann man über der Grundschwingung genau sieben Obertöne erkennen. Diese Obertöne liegen bei den ganzzahligen Vielfachen der Frequenz 440,6 Hz (Kammerton A). Das Diagramm d) zeigt wieder das Frequenz-Spektrum in Dezibel. Durch die logarithmische Darstellung werden neun Obertöne erkennbar.

Dies zeigt nochmal deutlich, dass die dB-Darstellung auch die Frequenzen mit einem sehr geringen Signal in dem Diagramm berücksichtigt.

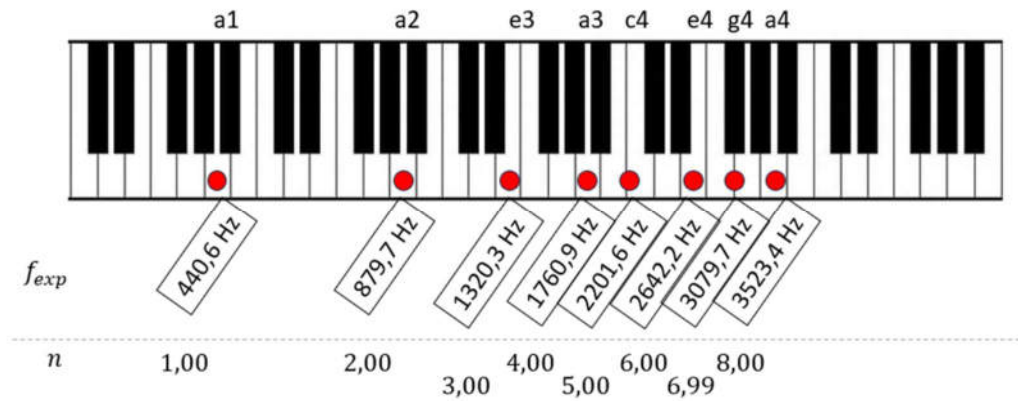


Abb. 8: Darstellung der gemessenen Frequenzen f_{exp} der Obertöne als Töne auf einer Klaviertastatur, n ist das Verhältnis der Obertöne zur Grundfrequenz; eigene Abb., Klaviertastatur: Pixabay

Die gemessenen Frequenzen f_{exp} der Obertöne werden in Abb. 8 den Tasten eines Klaviers zugeordnet. Diese Abbildung dient ausschließlich der Veranschaulichung der Menge und Höhen der Obertöne, da das Klavier eine wohltemperierte Stimmung besitzt, die nicht den reinen ganzzahligen Vielfachen der Frequenz 440 Hz entspricht. Um zu zeigen, dass die gemessenen Obertöne ganzzahlige Vielfache der Grundfrequenz sind, wird das Verhältnis der Obertöne zur Grundfrequenz mit $n = \frac{f_{exp}}{440,6 \text{ Hz}}$ bestimmt. Die Ergebnisse der Messung entsprechen vollständig der Theorie.

4.3 Vergleich: gezupft und gestrichen

Vergleicht man die beiden Messergebnisse, fällt sofort auf, dass das Signal der gestrichenen Saite viel größer ist als das der gezupften, denn die Anregung der Saite erfolgt durch Streichen viel stärker als durch Zupfen. Sowohl die Grundfrequenz als auch die Obertöne erklingen deutlich lauter und somit kann das LDV das Signal besser aufnehmen. Im Gegensatz zu der gezupften A-Saite werden beim Streichen ganze sieben statt nur zwei Obertöne gemessen. Das gemessene Fourier-Spektrum ist also um einiges größer als das beim Zupfen der Saite. Deshalb wird bei den nächsten Versuchen die Saite durch den Bogen zum Schwingen angeregt.

4.4 Reproduzierbarkeit

Um die Zuverlässigkeit und Gültigkeit der Messergebnisse sicherzustellen, ist es essenziell, die Reproduzierbarkeit der Ergebnisse zu überprüfen. Die Reproduzierbarkeit ist fundamental für jedes Experiment, da diese die unabhängige Wiederholung eines Versuchs mit den gleichen Messergebnissen bestätigt und mögliche Fehler oder Ungenauigkeiten der Messmethode identifiziert. Dies wird gewährleistet, indem der identische Versuch unter denselben Bedingungen mehrmals durchgeführt wird und dabei geprüft wird, ob die gleichen Messergebnisse bzw. welche und wie starke Abweichungen der Ergebnisse erhalten werden.

Um sicherzustellen, dass auch die Versuche mit dem LDV reproduzierbar sind, wird der Versuch, die leere A-Saite zu streichen, viermal wiederholt und die Eigenfrequenzen aus dem Fourier-Spektrum der Messungen herausgelesen (siehe Abb. 9). Es zeigt sich, dass die Eigenfrequenzen sehr gut reproduzierbar sind. Außer bei den 3084 Hz ist die Standardabweichung dieser Messreihe jeweils kleiner als 1 Hz. Der Hersteller des LDV gibt an, dass es bei einer 10 s langen Messung auf 0,1 Hz genau misst.

Versuch 1	440,6	881,3	1321,9	1762,5	2201,6	2642,2	3084,4	3525,0
Versuch 2	440,6	881,3	1321,9	1760,9	2203,1	2643,8	3082,8	3523,4
Versuch 3	440,6	879,7	1320,3	1760,9	2201,6	2642,2	3081,3	3523,4
Versuch 4	440,6	879,7	1320,3	1760,9	2201,6	2642,2	3079,7	3523,4
Standard- abweichung	0,00	0,92	0,92	0,80	0,75	0,80	2,01	0,81

Abb. 9: Reproduzierbarkeit der Eigenfrequenzen der gestrichenen A-Saite in Hz; eigene Tabelle

Die Geschwindigkeitsamplituden und ihre Verhältnisse sind bei wiederholten Versuchen jedoch unterschiedlich, da die Amplitude mit der Strichstärke zusammenhängt. Ein weiterer Faktor für die unterschiedlichen Amplitudenverhältnisse könnte sein, dass die Geigensaite sowohl in die horizontale, als auch in die vertikale Richtung schwingen kann, wohingegen das LDV jedoch nur die horizontale Auslenkung misst. Außerdem spielt es eine große Rolle, auf welche Stelle der Saite man den Laserstrahl richtet, da die Auslenkung der stehenden Welle und damit auch die Schnelle an verschiedenen Punkten der Saite unterschiedlich ist. Minimalste Veränderungen der Position der Geige könnten deshalb schon

Auswirkungen auf die Amplitude der Messung haben. Es kann nicht unbedingt gewissenhaft gewährleistet werden, dass die Geige bei den Messungen nicht ein wenig verrutscht ist. Darüber hinaus ändert sich selbst dann der Klang der Geige, wenn immer die gleiche Anregungsart verwendet wird. Durch die menschliche Ungenauigkeit kann der Bogen die Saite nicht immer genau gleich berühren und somit anregen. Würde man diesen Ungenauigkeitsfaktor beseitigen wollen, müsste man die Geige maschinell anregen.

5 Flageolett-Töne und gedämpfte Saite

5.1 Vergleich von Flageolett-Tönen mit normalen Tönen

Flageolett-Töne sind spezielle Töne, die auf verschiedenen Musikinstrumenten erzeugt werden können. Sie beeinflussen enorm die Klangfarbe des Musikinstruments und weisen eine äußerst charakteristische und klare Klangqualität auf. Auf der Geige wird ein Flageolett gespielt, indem man die Saite der Geige leicht berührt, anstatt sie fest herunterzudrücken.

Flageolett-Töne können jedoch nur an ganz bestimmten Punkten auf der Saite entstehen, den ganzzahligen Vielfachen der Grundschwingung (z. B. bei der Hälfte, einem Drittel, einem Viertel usw. der Saite). Dort befinden sich jeweils auch die Schwingungsknoten der Obertöne. Für diese Untersuchungen erweisen sich Flageolett-Töne bei einem Drittel der Saite am interessantesten, da dort die Unterschiede vom normalen Ton zum Flageolett am besten sichtbar werden.

Durch das leichte Auflegen des Fingers werden sowohl die Grundschwingung als auch viele weitere Harmonische der Eigenschwingung verhindert. Die Saite schwingt nur noch in bestimmten Obertönen, welche abhängig davon sind, wo der Finger auf der Saite aufgelegt ist. Dadurch entstehen die hohen und klaren Töne (Violin Masterclass: Flageolett-Töne).

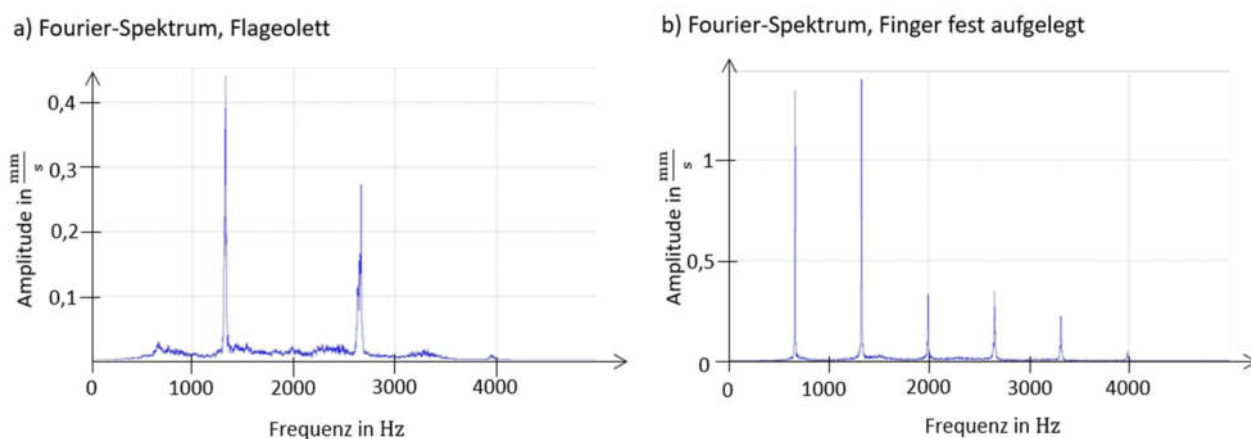


Abb. 10: a) Fourier-Spektrum eines Flageolets, Finger leicht auf einem Drittel der A-Saite aufgelegt (e3); b) Fourier-Spektrum eines normalen Tons, Finger an gleicher Stelle fest gedrückt (e2); eigene Abbildung

In Abb. 10 befinden sich die Messergebnisse dieses Experiments. Das Diagramm a) zeigt das Fourier-Spektrum eines Flageolets. Dieser Flageolett-Ton ist durch das leichte Auflegen eines Fingers auf einem Drittel der A-Saite, also der 4. Finger in der 1. Lage, erzeugt worden. Hier entsteht ein e3 mit der Grundfrequenz 1332,8 Hz. Dieser Flageolett-Ton besitzt genau einen Oberton bei der doppelten Frequenz (2664,1 Hz). Der einzige Unterschied von a) zu Diagramm b) besteht darin, dass der Finger bei b) an derselben Stelle fest runtergedrückt statt nur leicht aufgelegt wird. Dadurch entsteht ein e2 (664,1 Hz), welcher eine Oktave tiefer als e3 liegt.

Vergleicht man beide Versuche miteinander, fällt sofort auf, dass das Flageolett deutlich weniger Harmonische besitzt als der Ton in Messung b). Dies ist dadurch begründet, dass der aufgelegte Finger, wenngleich er an der gleichen Stelle liegt, einen anderen Effekt hat.

Bei der Messung b) wird der Finger fest auf die Saite gelegt. Dadurch erzeugt der Finger ein künstliches Ende der Saite. Die Saite ist also kürzer als die leere A-Saite, weshalb auch der gespielte Ton höher ist. Hier schwingt nur der Teil der Saite, der vom Bogen angeregt wird.

Erzeugt man ein Flageolett, wird der Finger nur leicht auf die Saite gelegt. Dies schafft einen künstlichen Bewegungsknoten der schwingenden Saite. Dieser Knoten verhindert sowohl bestimmte Obertöne als auch die Grundfrequenz, weshalb der Ton höher erklingt als wenn der Finger fest auf die Saite gelegt wird.

5.2 Vergleich von gedämpften mit ungedämpften Tönen

Ein Dämpfer ist ein kleiner Kamm, meist aus Ebenholz, Kunststoff oder Metall, der auf den Steg aufgesteckt wird, um die Übertragung der Schwingung von Steg auf den Korpus der Geige zu dämpfen und um somit den Schwingungsbereich zu vermindern (Musiktheorie: Die Geige (Violine)).

Ein Dämpfer verringert nicht nur die Lautstärke der Geige drastisch, sondern verleiht dem Instrument ebenfalls eine ganz andere Klangfarbe. So erklingt der Ton viel zarter, karger und „weniger voll“, wenn ein Dämpfer genutzt wird. Doch warum verändert ein Dämpfer auch die Klangfarbe und nicht nur die Lautstärke, also die Amplitude der Schwingung? Mithilfe des nächsten Versuchs soll herausgefunden werden, warum dies so ist.

Dafür wird nun ein Dämpfer auf den Steg über den Saiten aufgesteckt (Abb. 11) und die Eigenschwingung der Geigensaite gemessen. Dies erfolgt wieder durch Streichen der leeren A-Saite. So gut es geht wird versucht, die Saite möglichst gleich stark anzuregen wie bei der Messung der gestrichenen Saite in Kap. 4.2.



Abb. 11: Dämpfer auf Steg einer Geige; eigene Abbildung

Das folgende Diagramm (Abb. 12) zeigt das gemessene Fourier-Spektrum (Amplitude in $\frac{\text{mm}}{\text{s}}$). Deutlich zu erkennen ist, dass sich zum einen die Amplitude der Schnelle stark reduziert und damit natürlich die Lautstärke des Tons, denn die Saite mit Dämpfer schwingt mit einer über viermal kleineren Geschwindigkeitsamplitude als die ohne (siehe Abb. 7 c)). Zum anderen kann man herauslesen,

Fourier-Spektrum einer gedämpften Saite, Geschwindigkeitsamplitude in $\frac{\text{mm}}{\text{s}}$

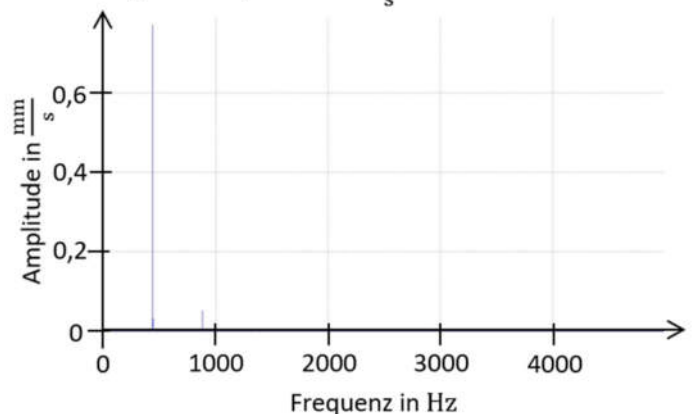


Abb. 12: Fourier-Spektrum einer gedämpften Saite, Geschwindigkeitsamplitude in mm/s ; eigene Abbildung

dass sich die Anzahl der Oberschwingungen im Vergleich zu der gestrichenen leeren A-Saite ohne Dämpfer deutlich verringert hat. Während bei der ungedämpften leeren Saite sieben Obertöne gemessen werden, wird hier nur ein einziger, wenig ausgeprägter Oberton bei 880 Hz sichtbar.

Dies bedeutet, dass ein Dämpfer auch das Obertonspektrum reduziert. Die andere Klangfarbe lässt sich folglich nicht nur mit der geringeren Lautstärke aufgrund der kleineren Amplitude, sondern auch mit dem verkleinerten Obertonspektrum erklären.

Man hätte erwarten können, dass die Saite auch mit Dämpfer weiterhin freischwingt, da der Dämpfer nur am Steg und damit am Bewegungsknoten sitzt. Dies würde bedeuten, dass die Schwingung nur bei der Übertragung ihrer von der Saite über den Steg auf den Korpus durch den Dämpfer abgeschwächt wird. Jedoch zeigt die Messung, dass im Vergleich zur ungedämpften Schwingung bei der Verwendung des Dämpfers die Obertöne der Saitenschwingung selbst bereits stark abgeschwächt werden. Dies bestätigt sich auch durch die Hörerfahrung. Ein gedämpfter Ton erklingt „weniger voll“ als ein normaler, da dieser ein geringeres Obertonspektrum besitzt.

6 Resümee

Insgesamt lässt sich festhalten, dass zahlreiche Faktoren das Obertonspektrum und damit den Klang der Geige beeinflussen.

Mit dem Laser-Doppler-Vibrometer ist es möglich, die Eigenschwingungen einer Geigensaite zu vermessen. Die Frequenzen der Messungen sind reproduzierbar, während die Verhältnisse der Geschwindigkeitsamplituden von vielen, in diesen Experimenten nicht immer kontrollierbaren Faktoren abhängen. Eventuell wäre es möglich dieses Problem zu umgehen, indem man die Saite durch eine Maschine zum Schwingen anregt. Der Bogen würde die Saite immer in gleicher Art und Weise streichen, sodass die Geschwindigkeitsamplituden eine höhere Reproduzierbarkeit aufweisen.

Die Obertöne der schwingenden Saite liegen wie theoretisch erwartet bei den ganzzahligen Vielfachen der Grundfrequenz. Bei der gestrichenen Saite kommen diese mehr zum Vorschein als bei der gezupften, welche im fast reinen Sinus schwingt.

Bei Flageolett-Tönen wird durch den leicht aufgelegten Finger ein künstlicher Bewegungsknoten erzeugt, der die Grundschwingung und einige Obertöne verhindert.

Schließlich zeigen die Messungen an der gedämpften Saite, dass damit nicht nur die Lautstärke, sondern auch das Obertonspektrum reduziert wird. Der Dämpfer beeinflusst somit nicht nur die Übertragung der Schwingung vom Steg auf den Korpus der Geige, sondern wirkt auch auf das Schwingungsverhalten der Saite selbst ein. Um diesem Phänomen auf den Grund zu gehen, wären weitere Untersuchungen an Saite, Steg und Korpus nötig.

Für zukünftige Experimente wäre es spannend zu untersuchen, wie die Grundschwingung und Obertöne sich im Detail vom Steg auf den Korpus der Geige übertragen und wie der Korpus schwingt. In einem nächsten Schritt könnte man infolge dessen erforschen, ob und welche Unterschiede es zwischen dem Schwingungsverhalten von qualitativ unterschiedlichen Geigen gibt, beispielsweise maschinell produzierte verglichen mit den manuell hergestellten eines Geigenbauers.

Mein Dank gilt:

Herrn Prof. Dr. Ulrich Schanda für die gute Betreuung der Experimente und die Bereitstellung seines Schalllabors

Herrn Dr. Fabian Schöpfer für hilfreiche Unterstützung bei den Experimenten

Anhang

Abbildungsverzeichnis

Deckblatt Bild: Geige (gebaut 2019 vom Rosenheimer Geigenbaumeister Bernd Ellinger)

Abb. 1: Eigenschwingungen einer Saite, die ersten vier Eigenschwingungsformen bei zwei festen Enden; linke Grafik aus „Physik – Der Grundkurs“ (et al.), rechte Tabelle: selbst erstellt (S. 5)

Abb. 2: Annäherung einer Dreiecksschwingung durch eine Überlagerung von Sinuskurven nach Fourier; Bild nach Dorn, Bader (et al.) (S. 6)

Abb. 3: Laser-Doppler-Vibrometer der Firma Polytec; eigenes Bild (S. 7)

Abb. 4: Lagerung der Geige auf Schaumstoffwürfeln; eigenes Bild (S. 8)

Abb. 5: Versuchsaufbau: Laserstrahl des LDV wird auf die zu messende Saite gerichtet; eigenes Bild (S. 8)

Abb. 6: gezupfte A-Saite a): Zeitlicher Verlauf der Geschwindigkeit – gesamt, b) Zeitlicher Verlauf der Geschwindigkeit – Ausschnitt, c) Fourier-Spektrum in $\frac{\text{mm}}{\text{s}}$, d) Fourier-Spektrum in dB; eigene Abbildung (S. 10)

Abb. 7: gestrichene A-Saite a): Zeitlicher Verlauf der Geschwindigkeit – gesamt, b) Zeitlicher Verlauf der Geschwindigkeit – Ausschnitt, c) Fourier-Spektrum in $\frac{\text{mm}}{\text{s}}$, d) Fourier-Spektrum in dB; eigene Abbildung (S. 12)

Abb. 8: Darstellung der gemessenen Frequenzen f_{exp} der Obertöne als Töne auf einer Klaviertastatur, n ist das Verhältnis der Obertöne zur Grundfrequenz; eigene Abbildung, Klaviertastatur: Pixabay (S. 13)

Abb. 9: Reproduzierbarkeit der Eigenfrequenzen der gestrichenen A-Saite in Hz; eigene Tabelle (S. 14)

Abb. 10: a) Fourier-Spektrum eines Flageolets, Finger leicht auf einem Drittel der A-Saite aufgelegt (e3); b) Fourier-Spektrum eines normalen Tons, Finger an gleicher Stelle fest gedrückt (e2); eigene Abbildung (S. 16)

Abb. 11: Dämpfer auf Steg einer Geige; eigene Abbildung (S. 17)

Abb. 12: Fourier-Spektrum einer gedämpften Saite, Geschwindigkeitsamplitude in $\frac{\text{mm}}{\text{s}}$; eigene Abbildung (S. 17)

Literaturverzeichnis

Bücher und Artikel

Bohrmann, Steffen, Pitka, Rudolf u. a. (1999): Physik – Der Grundkurs. Harri Deutsch Verlag, Frankfurt am Main

Dorn, Friedrich, Bader, Franz (1975): Physik – Oberstufe Ergänzungsheft S. Hermann Schroedel Verlag, Hannover

Holzner, Steven (2011): Physik 2 für Dummies. WILEY-VCH Verlag, Weinheim

Kähler, Dirk (2012): Fit fürs Abi: Physik Oberstufenwissen. Westermann Schroedel Verlag, Braunschweig

Schleske, Martin (Juni 1992, Heft 6): Modalanalyse im Geigenbau – Teil 2. Zeitschrift Das Musikinstrument

Internetquellen

Chip Praxistipps: Dezibel berechnen - so geht's. Unter: https://praxistipps.chip.de/dezibel-berechnen-so-gehts_51832 (Stand: 29.10.2023)

Mathworks: Fast Fourier Transform (FFT), schnelle Fourier-Transformation. Unter: <https://de.mathworks.com/discovery/fft.html> (Stand: 21.10.2023)

Musiktheorie: Die Geige (Violine). Unter: <https://www.theorie-musik.de/sonstiges/instrumente/die-geige-violine/> (Stand: 19.10.2023)

Optomet Laser Vibrometry: Laser Doppler Vibrometer. Unter: <https://www.optomet.com/de/technologie/> (Stand: 27.08.2023)

Polytec: Laser-Doppler-Vibrometrie. Unter: <https://www.polytec.com/de/vibrometrie/technologie/laser-doppler-vibrometrie> (Stand: 27.08.2023)

Schleske, Martin: Modalanalyse. Unter: <https://www.schleske.de/forschung/einfuehrung/modalanalyse.html> (Stand: 31.10.2023)

Studyflix: Stehende Welle. Unter: <https://studyflix.de/ingenieurwissenschaften/stehende-welle-1927> (Stand: 02.11.2023)

Superprof: Die Entwicklung der Geige über die Jahrhunderte. Unter: <https://www.superprof.de/blog/geige-geschichte-entstehung-violine-viole-elekt-rische-geigenmusik-konzert/> (Stand: 01.11.2023)

Violin Masterclass: Flageolett-Töne. Unter: <http://violinmasterclass.com/de/vi-deo-kurse/linke-hand/flageolett-toene> (Stand: 26.10.2023)

Seminararbeit

Erklärung der eigenständigen Erstellung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und ohne fremde Hilfe verfasst und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel verwendet habe.

Insbesondere versichere ich, dass ich alle wörtlichen und sinngemäßen Übernahmen aus anderen Werken als solche kenntlich gemacht habe.

04.11.2023, Bronnenburg

Ort, Datum

Johanna Giebel

Unterschrift des Verfassers/der Verfasserin